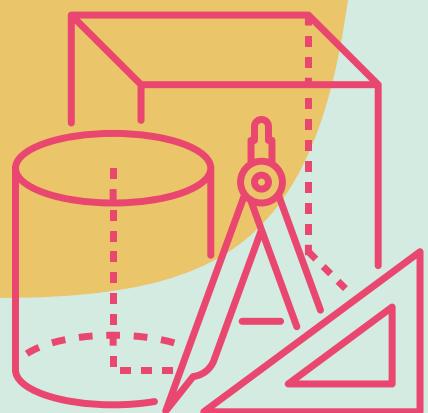




A large yellow rounded rectangle contains the title text. To its left, a pink hourglass is surrounded by various mathematical symbols: a green plus sign, a yellow multiplication sign, a teal division sign, a yellow minus sign, a green cross sign, and a teal percent sign.

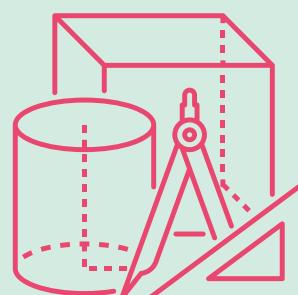
Primjena matematike kroz povijest VODIČ





Sadržaj

1. Uvod
2. Ishodi učenja matematike u Bugarskoj, Belgiji i Hrvatskoj
3. STEAM izazov
4. Europsko kulturno nasljeđe kroz poučavanje STEAM predmeta
5. STEAM učenje pomoću pedagoških manipulacija
6. Projektne aktivnosti
7. Zaključak





Uvodno poglavlje

Dobro došli u projekt *STEAM in Times*!

Vjerujemo da materijali koji su razvijeni i testirani u ovom projektu mogu pomoći mlađim učenicima da steknu kompetencije u STEAM predmetima, kao i sposobnost kritičkog razmišljanja, što su nam potrebno za rješavanje problema i donošenje odluka. Dodavanjem umjetničke komponente u STEAM obrazovanje, učenici razmišljaju kreativnije, a to je dobar put k stvaranju novih ideja i inovacija. STEAM obrazovanje općenito pruža snažnu osnovu za učenje u ovim područjima i može pomoći učenicima da razviju cjeloživotni interes za njih. STEAM obrazovanje posebno je važno u današnjem brzom tehnološkom svijetu. Rani susret učenika s tim predmetima rezultirat će boljom pripremljenosću za zahtjeve koje budućnost nosi.

Ovim projektom pružamo niz alata nastavnicima kako bi učenicima ponudili kroskurikularno iskustvo koje će im pomoći da razumiju razvoj matematike i njezin značaj, ali i da se upoznaju s matematičkim konceptima.

Ciljna skupina su uglavnom učenici nižih razreda osnovne škole, nastavnici, edukatori i obrazovni stručnjaci. Iznimno je važno raditi s učenicima u ranoj dobi kako bi se izbjegao zazor od matematike, posebno kod učenika sa specifičnim teškoćama u učenju (STU), kroz korištenje povijesnih situacija u kojima se kontekstualizira matematika. Ovaj projekt također ima na umu i trećeg dionika poput roditelja, jer se aktivnosti mogu izvesti i kod kuće kao ugodna i zabavna aktivnost.

Ovaj je vodič pedagoški alat. Zamišljen je kao praktičan i lak za uporabu, s jasnom strukturom i konkretnim objašnjenjima kako bi se ciljnim skupinama olakšala svakodnevna upotreba.

Posebna će se pažnja posvetiti tome da ovaj vodič uz sve priložene materijale bude inkluzivni i jednostavan za korištenje za učenike sa specifičnim teškoćama u učenju (STU), ali i za sve druge učenike koji spadaju u skupine

koje bi mogle imati teškoća sa STEAM predmetima, primjerice učenicima iz ranjivih skupina.

Tri su partnera uključena u stvaranje materijala za ovaj projekt. Dva od njih su škole: Osnovna škola Lovre pl. Matačića u Zagrebu, Hrvatska i Osnovno učilište "Lyuben Karavelov" iz Vidina u Bugarskoj. Obje škole imaju dobre temelje kao što su educirani nastavnici te oprema za poučavanje predmeta u području STEAM-a. Treći partner, Logopsycom iz Monsa u Belgiji, imao je nekoliko projekata vezanih uz STEAM obrazovanje, s posebnim fokusom na potrebe učenika sa specifičnim teškoćama u učenju (STU).

Vodič se sastoji od sljedećih poglavlja:

- Rezultati matematičkog obrazovanja u Bugarskoj, Belgiji i Hrvatskoj koji govore o postignućima učenika na međunarodnim testovima, kao i kontekst poučavanja matematike u zemljama partnerima.
- Izazovi na području STEAM-a gdje se pojašnjava razlika između STEM-a i STEAM-a, prednosti poučavanja STEAM-a, te važnost primjene vještina i stavova koja se stječu poučavanjem umjetnosti i humanističkih znanosti.
- Otkrivanje europske kulturne baštine putem STEAM-a na satovima matematike je poglavje koje govori o tome koji se matematički koncepti mogu predstaviti kroz europsku povijesnu baštinu, kako pristupiti tim konceptima i zašto ih je važno predstaviti učenicima mlađeg uzrasta u osnovnim školama s obzirom na to da su oni ciljna skupina.
- Poglavlje o učenju STEAM predmeta korištenjem pedagoških predložaka za rad s manipulativnim materijalima (dalje u tekstu i manipulativi) objašnjava prednosti korištenja manipulativa i što su to manipulativi.
- Projektne aktivnosti su poglavje koje stavlja naglasak na preliminarne pripreme, opis i strukturu crteža, materijala, vježbi i 3D projekata uključenih u STEAM lekcije. Ovdje se može vidjeti nekoliko primjera i ilustracija o tome kako osmisiliti lekciju s manipulativima i primjeniti je na satovima matematike.

- Zaključak donosi neke rezultate postignute s učenicima, kakav je učinak rad s manipulativnim materijalima imao na učenje, interes i motivaciju učenika, te govori i o suradnji s roditeljima.

Kao učitelji imamo zadatak osigurati svim učenicima snažnu osnovu na području STEAM-a. S obzirom na to da se svijet rapidno mijenja, te da će mnogi poslovi u budućnosti zahtijevati vještine iz područja znanosti, tehnologije, inženjerstva, umjetnosti i matematike, široko obrazovanje na području STEAM-a može im pomoći da se pripreme za zahtjeve koje budućnost stavlja pred njih. Nadamo se da će materijali razvijeni kroz projekt, kao i ovaj vodič, pomoći učiteljima da uključe rad s manipulativima u svoje lekcije i na taj način svim učenicima olakšati razumijevanje i usvajanje matematičkih koncepata. Također je važno da učenici razumiju da su čak i u prošlosti, bez današnje tehnologije, ljudi uspjevali stvoriti mnoge vrijedne stvari koje danas pripadaju povijesnoj baštini. Današnja postignuća u razvoju tehnologije, znanosti, građevinarstva, medicine, komunikacija i drugdje, temelje se na znanjima iz STEAM područja koja su posjedovali ljudi koji su živjeli stoljećima prije nas.

Idemo započeti, zabaviti se i učiti!

Poglavlje 1 : Rezultati obrazovnih postignuća iz matematike u Bugarskoj, Belgiji i Hrvatskoj

1. Matematičko obrazovanje u Bugarskoj

PISA ispituje razine funkcionalne pismenosti u školama 79 zemalja. U istraživanju je sudjelovalo 600 tisuća učenika, a iz Bugarske 199 škola i 5294 učenika.

Posljednje istraživanje iz 2018. godine usredotočilo se na čitalačku pismenost, dok se matematici i znanosti poklonila manja važnost. Bugarska je zabilježila drugi najveći pad od svih 79 zemalja obuhvaćenih PISA-om. Prema

podacima, 31,9% bugarskih učenika nije postiglo minimalnu drugu razinu ni u jednom od tri indikatora, što ih čini funkcionalno nepismenima.

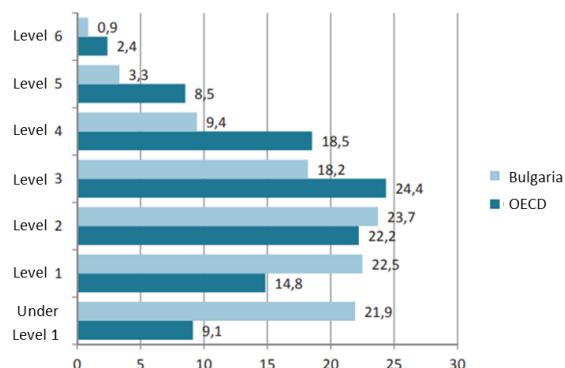


Figure 1 Izvor: 28.4.2023 - text_Pisa_2019.indd (government.bg) https://nio.government.bg/wp-content/uploads/2020/10/Pisa_2018_full.pdf?fbclid=IwAR0x7XoQML2PYQe4cQCXEw5JJM8pd2G9OpVvEvZ9VOtAzhbW4vawBfsHh8U

U matematici, broj bugarskih učenika koji ne dosežu drugu razinu (44.4%) gotovo je dvostruko veći od prosjeka OECD-a (23.9%). 4.2% bugarskih petnaestogodišnjaka postiglo je najviše razine na skali matematičke pismenosti u PISA-i 2018.

Prema najnovijem izdanju Programa za međunarodnu procjenu znanja i vještina učenika (PISA) iz 2018. godine koju je proveo OECD (Organizacija za ekonomsku suradnju i razvoj), Bugarska je pokazala niže rezultate na polju matematike u usporedbi s prosječnim ocjenama ostalih zemalja sudionica.

Evo nekoliko ključnih opažanja iz rezultata Bugarske i istraživanju PISA-e 2018. na području matematike:

Prosječan rezultat: Bugarska je postigla prosječan rezultat od 437 bodova u matematici, što je niže od prosječnog rezultata OECD-a (489 bodova).

Poredak: Bugarska se rangirala niže u usporedbi s prosječnom vrijednošću drugih zemalja i zauzima 47. mjesto od 79 zemalja koje su sudjelovale.

Razlika u postignuću: Postoje značajne razlike u postignućima između učenika u Bugarskoj. Otprilike 11% učenika postiglo je visoke rezultate, dok je oko 28% učenika pokazalo nisku razinu postignuća.

Razlika na temelju spola: Rezultati pokazuju blagu razliku u kojoj dječaci postižu neznatno bolje rezultate u matematici od djevojčica, ali razlika nije značajna.

Ovi rezultati ukazuju na izazove s kojima se suočava obrazovni sustav u Bugarskoj na području matematike. Važno je usmjeriti se na poboljšanje kvalitete obrazovanja u matematici te poticati na bolja postignuća među učenicima. Potrebno je podržati razvoj aktivnijih i praktičnjih pristupa matematici, koji bi potakli učenike na primjenu matematičkih koncepata u stvarnim situacijama te razvijanje analitičkog razmišljanja i vještine u rješavanju problema.

Rezultati bugarskih učenika u matematici su se donekle poboljšali, posebno u periodu 2006-2012. godine. U realnosti, postignuća su na stabilnoj, no ipak niskoj razini u usporedbi s prosječnim rezultatom OECD-a od 500 bodova.

Sve više škola diljem svijeta traži načine kako integrirati STEAM u obrazovno okruženje. U Bugarskoj, STEAM obrazovanje još uvijek nema široku implementaciju i uglavnom je povezano s uvođenjem STEAM programa u pojedine obrazovne ustanove.

Na razini osnovnog obrazovanja u bugarskim školama, postoje trendovi koji pokušavaju promijeniti tradicionalne modele poučavanja. Glavni čimbenici promjene su razvoj mreže inovativnih škola i uvođenje STEAM pristupa u obrazovanje. Fokus se mijenja prema integriranoj međupredmetnoj interakciji s naglaskom na praktične rezultate.

2. Matematičko obrazovanje u Belgiji

Prema posljednjim rezultatima PISA testiranja u Belgiji, rezultati iz matematike u Federaciji Valonija-Brisel (495) donekle su se poboljšali i sada su iznad prosjeka OECD-a (489). Taj je rezultat niži od rezultata Flandrije. Rezultati iz prirodoslovija (483) stabilni su u usporedbi s prethodnim ciklusima i nisu značajno različiti od prosjeka OECD-a (485) (Univerzitet u Liègeu, 2019.). Što se tiče čitalačke

pismenosti, Federacija Valonija-Brisel ostaje ispod prosjeka OECD-a (487) s rezultatom od 481 boda, iza Flandrije (502) (*The Brussels Time*, 2019).

Obrazovanje u Federaciji Valonija-Brisel (frankofonski dio Belgije) nedavno je doživjelo mnoge promjene. Jedna od njih zajednička je jezgra koja se proteže od 1. razreda osnovnog obrazovanja do 3. godine srednje škole. Naravno, to je podrazumijevalo nove referentne okvire. STEAM pristup još nije potpuno integriran u Belgiji s obzirom na to da su ovi predmeti odvojeni u novim referentnim materijalima "Sporazuma o izvrsnosti u obrazovanju". Postoje kurikulumi za matematiku, tehničko, tehnološko obrazovanje, informatiku, kurikulum za prirodoslovje te drugi kurikulum koji uključuje povijest i geografiju. Međutim, na kraju svakog referentnog okvira veliko poglavlje posvećeno je mogućim preklapanjima između različitih disciplina, što je sličnije STEAM metodi.

Referentni okvir za matematiku obuhvaća 4 cilja: *geometrijska tijela i likovi, količine, brojevi i obrada podataka*. Ti se ciljevi potom detaljno razrađuju u specifične kompetencije. Okvir preporučuje pristupanje pojmovima kroz konkretnu primjenu za svako područje kako bi se učenici uključili i motivirali.

Iako STEAM pristup nije još uveden u kurikulume, Opća uprava za obavezno obrazovanje od 2007. koordinira aktivnosti za promicanje STEAM-a u obrazovanju. Rezultat tih napora je "Znanstveno-obrazovni vodič za predškolsko, osnovnoškolsko i srednjoškolsko obrazovanje", dokument koji okuplja sve postojeće inicijative za rad sa STEAM-om. Namijenjen je učiteljima na svim razinama koji traže resurse, edukaciju i ideje za poučavanje STEAM-a (Federacija Valonija-Brisel, 2023.).

3. Matematičko obrazovanje u Hrvatskoj

Na posljednjem testiranju PISA-e(2018.), hrvatski učenici postigli su ispodprosječan rezultat sa 464 boda i nalaze se na 40. mjestu u ukupnom poretku od 78 zemalja. Tijekom dvanaestogodišnjeg razdoblja (PISA 2006. -

PISA 2018.), postignuća hrvatskih učenika ne pokazuju značajan pozitivan ili negativan trend u matematičkoj pismenosti.

Od 2019. godine, matematika se u hrvatskim školama poučava prema novom kurikulumu. Matematički koncepti grupirani su u područja *brojevi, algebra i funkcije, oblik i prostor, mjerenje te podaci, statistika i vjerojatnost*, koje proizlaze iz tema kurikuluma za matematiku.

Teme se postupno razvijaju i grade kroz cijelu vertikalnu strukturu učenja i poučavanja matematike, a udio određene teme u ciklusu prilagođen je razvojnim sposobnostima učenika i potrebi za sustavnom izgradnjom cjelokupnog matematičkog obrazovanja. Teme koje uključuju pojmove kao što su broj i oblik naglašenije su u nižim odgojno-obrazovnim ciklusima, dok se u višim odgojno-obrazovnim ciklusima detaljnije obrađuju teme složenijih matematičkih koncepata poput funkcija ili vjerojatnosti. Na razini svake pojedinačne godine učenja i poučavanja, za svaku su temu navedeni ishodi učenja u obliku jasnih i nedvosmislenih objašnjenja o očekivanjima od učenika.

Poglavlje 2 : Izazovi na području STEAM-a

1. STEM i STEAM

Glavna razlika između STEM-a i STEAM-a nije samo u slovu A. Razlika je u tome što se STEM usredotočuje isključivo na znanost i u njegovom glavnom fokusu su znanstvene metode, koncepti i načini dokazivanja određenih tvrdnji. STEM obuhvaća područje znanosti, tehnologije, inženjerstva i matematike, dok STEAM istražuje iste koncepte, ali to čini na potpuno drugačiji način. STEAM prepoznaje važnost umjetnosti i humanističkih znanosti kao sastavnih dijelova obrazovanja. Uključivši umjetnost uz tradicionalne predmete koji čine STEM, STEAM stavlja naglasak i na razvoj kreativnosti i inovativnog razmišljanja unutar znanstvenih poduhvata. Takav interdisciplinarni način poučavanja potiče veći interes te čini učenicima poučavanje STEM predmeta bližim i zanimljivijim.

Na primjer, grupa učenika timski surađuje kako bi stvorili vizualno privlačan proizvod ili predmet koji se temelji na razumijevanju STEM koncepta, kao što je izgradnja mostova pomoću arhitektonskih principa (kružni luk), ili miješanja određenih sastojaka kako bi se dobila posebna smjesa za povezivanje građevinskih materijala. Uključivanjem umjetnosti i društvenih znanosti, STEAM proširuje horizont mišljenja i gradi cjelovite ličnosti koje su u stanju prihvati različite perspektive i primijeniti kritičko i imaginativno razmišljanje na izazove stvarnog svijeta. Naglasak je na timskom radu koji kod učenika razvija i potiče suradnju, uvažavanje drugih ideja i stavove ostalih članova u timu.

Timski je rad također važan za razvijanje strpljenja i upornosti svih članova tima, te međusobne suradnje i kooperacije umjesto kompeticije. Kod učenika, osim timskog rada, razvijaju se i druge kompetencije, kao što je savladavanje vještine učenja, korištenje tehnologija, rješavanje problema, inovativnost, kritičko razmišljanje, suradnja, prilagodljivost te društvena i kulturno-istička osviještenost. Takav pristup potiče istraživanje, analizu, logičko promišljanje, argumentiranu raspravu, učenje kroz metodu „pokušaja i pogrešaka“, učenje po principu „uradi sam“ te kombiniranje svih stečenih znanja.

Jako je važno mladima pokazati i objasniti koja je vrijednost naučenih znanja i vještina. Radnici budućnosti moraju biti sposobni kreativno rješavati probleme, surađivati prilikom traženja rješenja te otkrivati nove metode.

Danas se sve više naglašava potreba za popularizacijom matematike i znanosti općenito jer ulazak u novu eru digitalizacije, informatizacije i robotizacije zahtijeva mnogo novih rješenja. Ipak, u školama kod mladih ljudi, postoji dosta veliki otpor prema STEM predmetima. Jedan od glavnih uzroka je to što učenici ne vide smisao u učenju ovih predmeta, budući da se uglavnom poučavaju teorijski, s malo konkretnih primjena. Također, prevladava pogrešno mišljenje da dječaci postižu bolje uspjehe u tom području. Na sreću, danas postoje brojne inicijative koje sve više ukazuju na potrebu ravnopravnog sudjelovanja i

djevojčica i dječaka. Drugačiji, praktičniji pristup STEM-u pomoću STEAM-a koji ide od konkretnе životne situacije koju treba rješiti, do otkrivanja teorije kroz nju, može u budućnosti više potaknuti i zainteresirati mlade ljudi za karijeru na području STEAM-a.

STEAM nije novi koncept. Obuhvaća svedremensku vezu između znanosti, tehnologije, inženjerstva, umjetnosti i matematike prepoznajući duboku važnost umjetnosti i društvenih znanosti u našem razumijevanju svijeta. Tijekom povijesti, znanost i umjetnost supostoje i obogaćuju se, pokazujući svoju neraskidivu vezu. Umjetnost je medij koji nam pomaže da shvatimo složene znanstvene koncepte, a znanost je pristupačnija i zanimljivija kad koristi umjetnički pogled na stvarnost. Zajedničko djelovanje znanosti i umjetnosti pomaže nam u dubljem razumijevanju svijeta oko nas, te ga tako lakše i učinkovitije istražujemo.

Tijekom povijesti, spoj znanosti i umjetnosti oprimjeren je briljantnim umovima poput vizionara Nikole Tesle i Leonarda da Vincija koji su nam pokazali koliko je u stvaranju važno kombinirati znanost i umjetnost. Teslina maštovitost i kreativno razmišljanje pokretali su njegova znanstvena otkrića, dok je umjetnički genij Leonarda da Vinci oblikovao njegova znanstvena istraživanja. Leonardova raznolika umijeća kao slikara, znanstvenika i izumitelja pokazuju transformacijski potencijal prihvatanja i umjetnosti i znanosti. Njegova ikonička umjetnička djela prate mnogi izumi, od arhitektonskih crteža do anatomske studije, što pokazuje njegov holistički pristup znanju.

Umjetnost je dio ljudskih života još od davne povijesti, što je u skladu s našom urođenom željom za kreativnim izražavanjem. Čak tisućama godina prije nove ere, praljudi su ukrašavali zidove svojih špilja slikama koje su živopisno prikazivale njihov svakodnevni život. Ta prastara umjetnička djela prikazivala su mnoštvo tema, uključujući biljke, životinje, oruđe i oružje, nudeći nam pogled u bogato tkanje života naših predaka.

Pored njezine povijesne važnosti, uključivanje umjetnosti i humanistike u STEAM ima ogromnu vrijednost za suvremeno obrazovanje. Uključivanje umjetničkih elemenata u STEM predmete potiče holistički pristup učenju, omogućujući učenicima razvijanje ključnih vještina poput kritičkog razmišljanja, rješavanja problema i inovacija. Umjetnička nastojanja potiču istraživanje, maštu i razvijanje jedinstvene perspektive koja može prelaziti granice raznih disciplina.

Štoviše, umjetnost i humanističke znanosti njeguju empatiju i kulturološko razumijevanje, promovirajući inkluzivno i cjelovito obrazovanje. Omogućuju ljudima istraživanje različitih perspektiva, izazivanje postojećih normi i suočavanje s kompleksnim društvenim pitanjima. Uključivanjem humanističkih znanosti u STEAM kurikulum, učenicima dajemo alate za analizu, kritiku i kontekstualizaciju znanstvenog napretka unutar širih etičkih, društvenih i kulturnih okvira.

Europa ima dugu tradiciju usmenog prenošenja znanstvenih znanja s jedne generacije na drugu. STEAM u školama pruža učenicima priliku za kreativno učenje, koristeći vještine 21. stoljeća, kao što je rješavanje problema.

Ove opće sposobnosti ključne su za razvoj radne snage spremne za budućnost, generacije koja razumije potencijal onog "što ako" pri rješavanju problema koji se javljaju u stvarnom životu. One nas također upućuju na razvijanje vještina 21. stoljeća kao što su građanski i kulturološki angažman, ekomska produktivnost, cjeloživotno učenje, upravljačke kompetencije i komunikacija.

Podučavanje STEM predmeta jako je važno jer je znanost posvuda oko nas. U našem se svakodnevnom životu tehnologija stalno razvija, a njezin se razvoj svakodnevno ubrzava. Zbog toga je neophodno stvarati generaciju koja će ne samo vješto koristiti tehnologiju, već i neprekidno razvijati nova rješenja kako bi pomogla čovječanstvu. U svemu tome, matematika ima neprocjenjivu vrijednost i značaj jer nam pomaže u analitičkom razmišljanju i rješavanju

složenih problema. S druge strane, nikako se ne smije zanemariti razvoj i uloga nekih drugih karakteristika kao što su kreativnost i kritičko razmišljanje.

U školama i institutima diljem zemlje pojavljuju se mnoge mogućnosti praktičnog učenja. To se općenito naziva prostorima stvaranja, tzv. maker spaces. To su mjesta u sklopu škola ili u okviru kulturnih i gradskih ustanova u kojima se pred mlađe postavlja neki konkretni problem ili tema. Takav način učenja potiče suradnju u učenju i otkrivanju rješenja, koristeći znanstvene i tehnološke resurse kao što su mehanički sklopovi, ugrađeni videozapis, stvaranje igrica, digitalna umjetnost i drugo.

Vidljivo je kako ova vrsta učenja ulazi u svakodnevni kurikulum raznih obrazovnih ustanova gdje se kontekst umjetnosti koristi za demonstraciju STEM koncepcata i obrnuto.

Dakle, ideja „što ako?“ ne ovisi o kupnji tehnologija specifičnih za STEAM, ili čak o opremljenosti učionice ili prostoru stvaranja. Uvelike ovisi o mašti i značajelji učitelja koji surađuju sa svojim učenicima.

2. Zašto smo izabrali STEAM?

Mi biramo STEAM umjesto STEM-a jer STEAM program koji uključuje umjetnost u nastavni plan i program dokazano povećava kreativnost, poboljšava akademski uspjeh, motoričke vještine, vizualno učenje, te jača sposobnost donošenja odluka. Prema tome, smatramo da će STEAM biti pogodniji za učenike naše osnovne škole. Umjetnost nije samo rad u ateljeu. Umjetnost je pojam koji obuhvaća jezik, društvene znanosti, likovnu umjetnost i glazbu. Mnogi smatraju da dodavanje slova A nije nužno, i da je primjena kreativnosti i umjetnosti prirodni dio STEM-a, ali mi bismo to željeli istaknuti. Umjetnost je otkrivanje i stvaranje inventivnih načina rješavanja stvarnih problema, integriranje principa ili prezentiranje informacija. Zamislite inženjere, oni koriste inženjerstvo, matematiku, tehnologiju, znanost i umjetnost kako bi stvarali

impresivne građevine i konstrukcije. Također smatramo da je STEAM pristup obrazovanju ključan za razvoj individualnih vještina učenika u našoj osnovnoj školi. Kroz kvalitetno obrazovanje, to omogućuje učenicima da od malih nogu (od 1. do 4. razreda) budu kreativni i inovativni. STEAM obrazovanje potiče maštu učenika, nadahnjuje ih i motivira da uče i napreduju u područjima koja su bitna za razvoj društva i društvene konkurentnosti, što ih na kraju može dovesti do odabira visoko plaćenih i konkurentnih zanimanja u dalnjem obrazovanju nakon osnovne škole. Osim toga, stečeno znanje i vještine mogu biti korisni učenicima pri rješavanju problema i izazova u svakodnevnom životu. Iz tog ćemo razloga često koristiti umjetnost u našem radu, a u kraticu ćemo dodati slovo A (za englesku riječ *art*).

Nadalje, posvetit ćemo pažnju vezama između pet STEAM disciplina. Ovo je područje koje zahtijeva veliku pažnju, posebno u trenutnom integriranom STEAM kurikulumu gdje se veze između disciplina uglavnom impliciraju. Kako bismo pojasnili definiciju integriranog STEAM-a i aspekte integriranih STEAM lekcija koje bi trebale biti evaluirane, predlažemo nastavni okvir koji naglašava dubinu i širinu učenja na području STEAM-a te ističe, kako učenje unutar pojedinih disciplina, tako i veze između disciplina.

Učenje u mnogim disciplinama tradicionalno je definirano kao stjecanje jedinstvenih znanja i praksi unutar jasno označenih parametara. Kao takvo, znanja iz različitih disciplina, primjerice znanosti i društvenih znanosti, često se smatraju drugačijim jedno od drugog. Znanost se smatra poljem proučavanja koje je sistematičnije i predvidljivije, dok se društvene znanosti percipiraju kao raznolikije i manje predvidljive. Znanost, tehnologija, inženjerstvo, matematika i umjetnost tradicionalno su samostalne discipline sa svojim vlastitim jedinstvenim konceptualnim, epistemičkim i društvenim konstruktima, barem u akademskom okruženju. Pri pokušaju dizajniranja integriranog kurikuluma STEAM-a, izrazito je važno propitivati i istraživati kako se mogu promijeniti tradicionalne granice svakog područja, te može li se integrirani STEAM smatrati samostalnom disciplinom koja posjeduje vlastite jedinstvene prakse i metode.

Znanost kao disciplina usredotočena je na proučavanje prirodnog svijeta, uključujući zakone prirode (Nacionalno vijeće za istraživanje/National Research Council, 2009.). Korpus znanja u znanosti se generira kroz proces znanstvenog istraživanja i tijekom vremena se akumulira. Znanstveno znanje može se koristiti za oblikovanje procesa inženjerskog dizajna. Tehnologija je kao područje vjerojatno najraspršenija u smislu problema ili pitanja koja su jedinstvena za tu disciplinu. Povjesno gledano, tehnologija je sustav koji stvara proizvode koji se koriste za rješavanje problema i olakšavaju život. Inženjerstvo kao disciplina sastoji se od znanja o dizajnu i stvaranju za ljudi, te razvijanju procesa rješavanja problema. Pri dizajniranju proizvoda i pronalaženju rješenja za probleme, inženjerstvo primjenjuje znanstvene i matematičke koncepte zajedno s tehnološkim alatima. Umjetnost je izražavanje ili primjena ljudske kreativnosti i maštete, obično u vizualnom obliku poput slikarstva ili kiparstva, te stvara djela koja se cijene prvenstveno zbog njihove ljepote ili emocionalne snage. Kako možemo primijetiti, umjetnost je zastupljena u sve 4 STEM discipline. I na kraju, matematika je disciplina koja istražuje obrasce i odnose između količina, brojeva i prostora. Jedinstvena karakteristika matematike je da se tvrdnje opravdavaju logičkim argumentima zasnovanim na temeljnim pretpostavkama, a ne na empirijskim dokazima. Stoga se znanje u matematici ne mijenja osim ako se ne promijene pretpostavke na kojima se temelji. Discipline u STEAM-u većinom su strogo klasificirane ili kompaktne discipline s jedinstvenim praksama, konceptualnim konstruktima i načinima razmišljanja. U integriranom STEAM-u istraživači pokušavaju izbrisati granice koje definiraju pet disciplina i primjeniti ih na način koji će međusobno poboljšati prakse pojedinačnih disciplina.

U proteklih dvadeset godina, učenje o STEM i STEAM obrazovanju steklo je popularnost diljem svijeta jer se u suvremenom svijetu, u usporedbi s monodisciplinarnim, cijene interdisciplinarna znanja i vještine kako bi se zadovoljile potrebe četvrte industrijske revolucije i svijeta koji sve više karakterizira zamagljivanje disciplinarnih granica i tehnološka integracija.

Četvrta industrijska revolucija stavlja naglasak na digitalizaciju i tehnologiju u ljudskom životu i zajednicama. Njihov utjecaj na živote običnih ljudi i promjene koje donose nikada nisu bile važnije. Ipak, unatoč ogromnim dostignućima kroz znanja i proizvode s područja STEAM-a, sposobnost naših edukatora i mladih ljudi da iskoriste nove mogućnosti koje svijet nudi i dalje su raspršene. Složeni problemi, poput klimatskih promjena i cyber prijetnji, s kojima se danas svijet suočava zahtijevaju znanje i vještine iz različitih disciplina kako bi se problemi razumjeli i shvatili na način koji će omogućiti život i sudjelovanje u svijetu na smislen način. Osim pripreme za budući rad naših učenika u školi, potreba da svaki građanin razumije i odigra svoju ulogu u borbi protiv složenih problema svijeta daje uvjerljive, ali pragmatične razloge za prihvatanje integriranog STEAM obrazovanja u školama.

S-T-E-M okvir započinje s jednom vodećom disciplinom kao središtem, a zatim ispituje u kakvoj su vezi i odnosu znanje i vještine vodeće discipline s ostale četiri.

3. Prednosti

Područja STEAM-a odigrala su značajnu ulogu u povijesti, i mnoštvo velikih postignuća prošlosti omogućeno je primjenom STEAM znanja. Mnoge od najimpresivnijih građevina kroz povijest, poput piramida u Egiptu ili Koloseuma u Rimu, bile je moguće sagraditi zahvaljujući inženjerskim pravilima i matematici. Tijekom povijesti, matematika i geometrija snažno su utjecale na umjetnost, kao i tehnologija dostupna u to vrijeme, poput pojave perspektive tijekom renesanse.

Svaki dan inženjeri diljem svijeta koriste matematičke i znanstvene principe te ih primjenjuju kako bi rješavali stvarne probleme, dizajnirali i konstruirali sve od automobila i mostova, do novih vrsta kemikalija i računalnog softvera. U profesionalnom okruženju, inženjerstvo je podijeljeno u šest disciplina:

Kemijsko inženjerstvo primjenjuje kemiju, matematiku, biologiju i fiziku za proizvodnju goriva, lijekova, materijala, pa čak i prehrambenih proizvoda. Posljednjih godina, razvoj u ovom području bio je ključan za napredak učinkovitosti obnovljivih izvora energije i povećanju kapaciteta baterija za električne automobile.

Elektrotehnika je jedna od novijih inženjerskih disciplina i usredotočena je na elektroniku i električnu opremu. Oni koji rade u ovoj struci stvaraju širok raspon proizvoda, od malih predmeta poput mikročipova i računalne opreme, do ogromnih energetskih generatora i satelita koji lete u orbiti oko Zemlje.

Strojarstvo se bavi stvaranjem i razvojem mehaničkih sustava koji uključuju bilo kakvu vrstu kretanja. Koristeći principe matematike i fizike, strojarski inženjeri dizajniraju i proizvode različite strojeve, uključujući vjetroelektrane, avione, automobile, proteze i strojeve za obradu metala.

Industrijsko inženjerstvo koristi se u širokom rasponu industrija kako bi se povećala kvaliteta i učinkovitost, primjerice razvoj učinkovitijih i preciznijih lanaca opskrbe te oblikovanje praksi i strategija koje omogućuju sigurnije radno okruženje.

Prometno inženjerstvo je planiranje, izgradnja i upravljanje sustavima za kretanje roba i ljudi putem cesta, željeznica, zraka, vode i cjevovoda, kao i planiranje gradskih i intermodalnih robnih tokova. Okoliš je važan aspekt u prometnom inženjerstvu.

Građevinarstvo je usredotočeno je na izgradnju infrastrukture koju koristi javnost, uključujući ceste, zračne luke i kanalizacijske sisteme. Neke od najpoznatijih građevina su most Golden Gate u San Franciscu, Eurotunel ispod La Manchea, Velika piramida u Gizi i Međunarodna svemirska postaja. Uz sudjelovanje u ostalim komponentama STEAM-a, bavljenje inženjerstvom

omogućuje djeci da iskoriste svoju prirodnu značajku i razvijaju kreativne načine kako bi prevladali izazove s kojima se susreću u vlastitim životima.

Svjedočimo i iznimnom razvoju medicinske tehnologije za dijagnozu i ranu detekciju bolesti. Biomedicinski inženjeri stvaraju bolje proteze, implantate i robote koji su vrlo precizni u zahtjevnim operacijama. Kvaliteta liječenja bolesti neprestano se povećava, a STEAM područja igraju ključnu ulogu u medicini i njezinom razvoju. STEAM obrazovanje potiče interdisciplinarno razmišljanje, omogućavajući učenicima da surađuju kroz različite discipline. Ta suradnja dovodi do novih ideja, inovacija i učinkovitijih rješenja za zdravstvenu skrb u budućnosti. Globalni izazovi poput pandemija zahtjevaju multidimenzionalni pristup. STEAM obrazovanje pruža učenicima potrebne vještine kako bi razumjeli i suočili se s tim izazovima. Prikupljanje i analiza podataka su bitni za razumijevanje bolesti, prepoznavanje obrazaca i razvoj učinkovitog liječenja. Upotreba matematike, statistike i tehnologije omogućuje zdravstvenim stručnjacima i istraživačima analizu velikih količina podataka, prepoznavanje trendova i donošenje odluka utemeljenih na podacima.

Komunikacija je oduvijek bila važan aspekt ljudskog društva. U početku je glavni oblik komunikacije bila govorna komunikacija. To je bio osnovni način komunikacije među ljudima tijekom većeg dijela ljudske povijesti. Razvoj pisanja predstavlja je značajan napredak u komunikaciji. Putem pisama slale su se informacije, obavijesti i druge vrste poruka. Prve oblike pisanja, poput hijeroglifa i klinastog pisma, koristili su već drevni Egipćani, Mezopotamci i mnoge druge kulture. Ova vrsta komunikacije zahtjevala je vrijeme za pisanje, dostavu i čitanje od strane primatelja.

Razvojem organiziranih poštanskih sustava, komunikacija putem pisama postala je brža i pouzdanija. Izum tiskarskog stroja i razvoj tiskane riječi značajno su unaprijedili komunikaciju i utjecali na mnoge društvene promjene. Tiskani materijali poput novina, knjiga, časopisa i letaka omogućili

su masovno širenje informacija i ideja. Ljudi su mogli pristupiti istim informacijama i razgovarati o njima.

U 19. stoljeću izumljen je telegraf, koji je omogućio brzu komunikaciju na daljinu putem električnih signala. Tijekom vremena, tehnologija telegraфа napredovala je i poboljšana je. Uvedeni su automatski teleografi koji su omogućili brže i pouzданije prijenose poruka.

Zatim je uslijedio razvoj telefonske komunikacije koja je omogućila glasovnu komunikaciju u stvarnom vremenu na velike udaljenosti. Razvoj telefona ima svoje korijene u istraživanjima elektromagnetizma i telegrafiji. Tijekom 20. stoljeća, tehnologija telefona neprestano se razvijala. Dostupni su postali napredniji telefoni s boljim zvukom, manjim dimenzijsama i poboljšanim funkcionalnostima. Uvedene su i druge značajke kao što su biranje brojeva i telefonske centrale za upravljanje pozivima.

Izum radija i televizije značajno je promijenio način na koji ljudi dobivaju informacije. Omogućeno je masovno emitiranje različitih sadržaja. Ljudi su mogli slušati radijske emisije i gledati televizijske programe koji su emitirali vijesti, emisije, filmove i druge sadržaje. Tijekom vremena, televizija je doživjela mnoge tehnološke napretke. Uvedene su boje u televizijske prijenose, a kasnije su se razvili digitalni televizijski sustavi s poboljšanom kvalitetom slike i zvuka.

STEM i inženjerske discipline bile su ključne za ubrzani napredak u tehnologiji i računalnoj znanosti. Time je omogućen razvoj digitalnih komunikacijskih alata koji su postali ključni dio naše svakodnevice.

Brzi širokopojasni internet, optički kabeli, bežične mreže i telekomunikacijske infrastrukture omogućili su nam da komuniciramo brže i učinkovitije.

E-pošta, chat, forum, društvene mreže i razne aplikacije za razmjenu poruka omogućuju brzu i globalnu komunikaciju u stvarnom vremenu.

Društvene mreže omogućuju nam povezivanje s drugim ljudima, dijeljenje sadržaja, sudjelovanje u raspravama i praćenje najnovijih vijesti.

Razvoj STEAM-a (*Science, Technology, Engineering, Arts, and Mathematics*) imao je značajan utjecaj na poboljšavanje i ubrzavanje komunikacije.

Uključivanjem umjetnosti u STEM područja naglašeni su kreativnost, inovativnost i multidisciplinarni pristup što je dovelo do ubrzanog razvoja novih i učinkovitijih načina komunikacije. Prepoznajući ključnu ulogu umjetnosti i humanističkih znanosti unutar STEM područja, komunikacija postaje više od samog tehničkog procesa. Uključivanje umjetnosti potiče kreativnost, omogućavajući istraživanje novih načina izražavanja, dok humanističke znanosti pružaju kritički pogled kroz koji analiziramo društvene i etičke implikacije tehnologija komunikacije. Ovaj multidisciplinarni pristup koji naglašava kreativnost, kritičko razmišljanje i šire razumijevanje ljudskih iskustava, potaknuo je brzi razvoj inovativnih i vrlo učinkovitih metoda komunikacije. Stručnjaci iz područja STEAM-a uključeni su u razvoj algoritama za davanje preporuka, analitike i sigurnosnih mjera na društvenim mrežama.

Multimedijalni sadržaji, poput slika, videozapisa i animacija, postali su sastavni dio digitalne komunikacije. Oni mogu brzo prenijeti informacije, poboljšati razumijevanje i učiniti komunikaciju privlačnijom i interaktivnijom.

Također su se razvili video pozivi i konferencije putem interneta. Video pozivi omogućuju ljudima da komuniciraju bez potrebe za fizičkim putovanjem s jednog mjesta na drugo. To je osobito korisno u poslovnom svijetu jer omogućuje brže odlučivanje, suradnju na daljinu i smanjenje troškova putovanja.

Uz napredak mobilne tehnologije, komunikacija putem mobilnih telefona postala je dostupna gotovo svima. Ljudi mogu slati poruke, pozivati, surfati internetom i koristiti aplikacije na mobilnim uređajima, što omogućuje stalnu povezanost i komunikaciju na bilo kojem mjestu.

Došlo je do napretka i u jezičnoj tehnologiji, poput strojnog prevodenja i prepoznavanja govora. Time se olakšavaju međunarodna komunikacija i uklanjuju jezične barijere. Tehnologija prepoznavanja govora pruža i veću pristupačnost osobama s tjelesnim ili motoričkim poteškoćama. Osobe koje

imaju poteškoće s tipkanjem ili pisanjem mogu koristiti prepoznavanje govora kako bi komunicirale, pristupale informacijama i koristile tehnologiju. To može poboljšati njihovu sposobnost sudjelovanja u društvu, obrazovanju i profesionalnom radu.

STEM te umjetnost i humanistika unutar STEAM-a ključni su za razvoj tehnologija i alata koji su unaprijedili i ubrzali komunikaciju, poboljšali nam život i omogućili da budemo povezaniji nego ikada prije.

4. Integracija umjetnosti i humanistike u STEAM

Ako promatramo ljudsko biće kao kompleksan sustav funkcija, misli i vještina koji raste u beskonačnom procesu učenja tijekom cijelog života, moramo uključiti i samosvjesnost u cijelu jednadžbu. Tu se na sceni pojavljuju različita područja umjetnosti (vizualna, glazbena, ples, primjenjena umjetnost i dizajn), koja pomažu nekome, posebno mladoj osobi koja ima primjetnih teškoća s koncentracijom, da shvati i otkrije interes za često teška područja STEM-a: znanost, tehnologiju, inženjerstvo i matematiku. Nije čudo što postoji izreka kako "slika govori više od 1000 riječi".

Izvrstan primjer takvog tipa učenja bilo je razdoblje renesanse i humanizma tijekom 15. i 16. stoljeća s mnogo izvanrednih osobnosti koje i danas sjaje iznimnim svijetлом, među kojima su Leonardo da Vinci i Michelangelo Buonarroti bili pravi genijalci. Nisu bili samo umjetnici (slikari i kipari), već i genijalni izumitelji koji su eksperimentirali u područjima poput arhitekture, građevinske industrije, anatomije, danajna različitih instrumenata za vojne i znanstvene svrhe, kao i poučavali svojih naučnike kroz radionice koje su vodili. Možda su upravo zbog toga postigli toliko mnogo i dosegli tako velike uspjehe da su i danas dobro poznati. To je način na koji uvođenje umjetnosti u STEM može biti odgovor za razvoj svake osobe kako bi ostvarila svoj pravi potencijal. Pomaže učenicima u motivaciji, objašnjenju, razumijevanju, prepoznavanju praktične svrhe onoga što se poučava i izgradnji njihova samopouzdanja.

U svakom narodu možemo pronaći inspiraciju u tim savršenim primjerima genijalnih pojedinaca koji nas mogu voditi kroz ovaj vodič. Bit će zanimljivo učiti jedni od drugih i usađivati ove ideje u naš budući rad kao nastavnici.

Proces *design thinkinga* (način razmišljanja, odnosno metodologija rješavanja problema i inovacija koja se usredotočuje na razumijevanje potreba i izazova korisnika ili kupaca kako bi se stvorila učinkovita i praktična rješenja) i njegova aktivna metodologija pokazuju se korisnima za razvijanje vještina potrebnih u 21. stoljeću kao ključne metode za savladavanje izazova neizvjesne budućnosti. Metode poučavanja i različite tehnike mijenjaju se prema potrebama različitih vremena. Danas koristimo različite aplikacije, kartice, kvizove, vizualno razmišljanje, projektno učenje, nacrte iz prošlosti, igranje motivirajućih igara, provođenje eksperimenata na način "pokušaja i pogreške", gdje dopuštamo učenicima da razmišljaju, razvijaju vlastite ideje i uče kroz svoje greške, shvaćajući to kao legitimni proces obrazovanja.

Da zaključimo, krug dobrog obrazovanja sastoji se od ovih nekoliko koraka: razumijevanje situacije, definiranje problema, kreiranje odgovora za rješavanje problema, izrada prototipa i testiranje dok procjenujemo rješenje. Možemo naučiti mnogo tih koraka iz povijesti dok istovremeno pronalazimo rješenja za današnjicu, stvarajući put čovječanstvu prema boljoj budućnosti.

Poglavlje 3 : Europsko kulturno nasljeđe kroz STEAM

Prema riječima bugarskog pjesnika, pisca, enciklopedista i novinara Lyubena Karavelova, "Osnova svakog znanja je matematika". Također smo uvjereni da će STEAM pristup uključiti i zainteresirati naše učenike na satovima matematike. Povezanost matematike i povijesti prisutna je u svakom aspektu života od samih početaka civilizacije.

Učenje temeljeno na STEAM-u ključno je za današnje profesije, ali i profesije budućnosti, budući da stvarni poslovi zahtijevaju interdisciplinarno učenje u kojem se različite znanstvene discipline spajaju i surađuju zajedno.

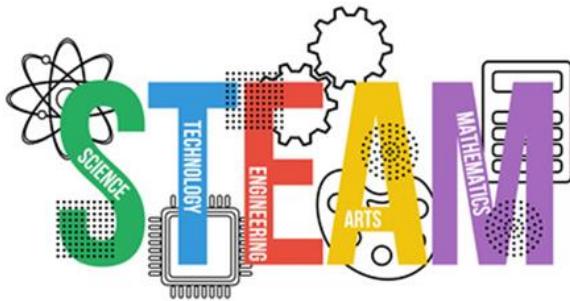


Figure 2 Izvor: 16.5.2023, From STEM to STEAM – DDC Engineering Solutions
<https://ddcengineeringolutions.co.uk/2023/03/14/from-stem-to-steam/>

Znanosti iz STEAM područja i temeljito bavljenje tim predmetima u školi imaju vodeću ulogu u obrazovanju uspješnih ljudi i njihovom osobnom i profesionalnom razvoju, te neizravno utječu na sve društvene sfere. Učenici mogu pokazati veći interes i učiti učinkovitije kada uče jedni od drugih ili od svojih kolega, te kada sami prezentiraju svoja postignuća. Razvijanje vještina rješavanja problema, kritičkog i analitičkog razmišljanja, kao i interdisciplinarnog i interseksionalnog razmišljanja, među vodećim je vještinama kojima STEAM edukacijske prakse mogu značajno doprinijeti.

1. Povijesne činjenice koje se mogu uključiti u aktivnosti

Evo nekih činjenica iz europske povijesti koje se mogu uvrstiti u lekcije iz matematike za mlađe uzraste:

Izgradnja drevnih rimskih građevina: Učenici mogu istraživati matematiku koja je temelj arhitekture drevnih rimskih građevina, poput korištenja simetrije i geometrijskih oblika. Mogu mjeriti i crtati različite oblike prisutne u rimske arhitekturi, poput krugova, pravokutnika i trokuta, te izračunati njihove površine i opsegе.

Razvoj metričkog sustava: Učenici mogu saznati više o povijesti i usvajanju metričkog sustava koji je nastao u Francuskoj. Mogu sudjelovati u aktivnostima mjerjenja, pretvaranju različitih metričkih jedinica (npr. centimetara u metre, grama u kilograme) i istraživanju praktičnih primjena metričkog sustava u svakodnevnom životu.

Putovanja europskih istraživača: Učenici mogu proučavati putovanja istraživača poput Kristofora Kolumba i Ferdinanda Magellana. Mogu analizirati i interpretirati karte, identificirati i izračunati udaljenosti između različitih odredišta, te vježbati pretvorbe mjerila na kartama kako bi razumjeli izazove i udaljenosti s kojima su se suočavali ti istraživači.

Razvoj satova i mjerjenje vremena: Učenici mogu saznati više o razvoju uređaja za mjerjenje vremena, od drevnih sunčanih do mehaničkih satova. Mogu vježbati očitavanje vremena na analognim satovima, istraživati koncept 24-satnog vremena, te se baviti aktivnostima koje uključuju izračune vremena i rješavanje problema vezanih uz vrijeme.

Upotreba rimskih brojeva: Učenici mogu istražiti rimski brojevni sustav koji je korišten u drevnom Rimu, a i danas se još uvijek susreće u različitim kontekstima. Mogu naučiti osnovne simbole rimskih brojeva i vježbati pretvaranje između rimskih i arapskih brojeva. Također se mogu baviti aktivnostima poput rješavanja zagonetki s rimskim brojevima ili izrade vlastitih tablica rimskih brojeva.

Povijest valuta: Učenici mogu saznati više o razvoju različitih valuta u Europi kroz povijest. Mogu istraživati vrijednost povijesnih kovanica i novčanica, vježbati pretvaranje valuta te se baviti aktivnostima koje uključuju zbrajanje, oduzimanje ili računanje s različitim denominacijama.

Renesansa i umjetnička simetrija: Učenici mogu proučavati koncept simetrije u umjetnosti i arhitekturi tijekom razdoblja renesanse. Mogu učiti o zrcalnoj, rotacijskoj i bilateralnoj simetriji u poznatim umjetničkim djelima, te se baviti aktivnostima vezanim uz simetriju, poput crtanja i prepoznavanja simetričnih oblika.

Proučavanje rasta i promjene populacije: Učenici mogu analizirati podatke o populaciji i istraživati koncepte rasta i promjene populacije u različitim europskim zemljama tijekom vremena. Mogu analizirati grafikone i tablice, izračunati stope rasta te se baviti aktivnostima vezanim uz tumačenje i prikazivanje podataka o populaciji.

Povijest europskih vladara i njihovih vladavina: Učenici mogu istraživati kronologiju europskih vladara i njihovih vladavina, proučavajući trajanje različitih dinastija ili razdoblja. Mogu vježbati rad s datumima, izračunavati duljinu vladavina te se baviti aktivnostima koje uključuju i određivanje redoslijeda povijesnih događaja.

Povijest poznatih europskih matematičara: Učenici mogu naučiti o utjecajnim europskim matematičarima tijekom povijesti, poput Pitagore, Euklida ili Isaaca Newtona. Mogu istraživati doprinose matematičara i sudjelovati u aktivnostima koje ističu načela i koncepte koje su razvili ti matematičari, poput Pitagorinog poučka ili geometrijskih dokaza.

Ovdje je 12 konkretnih ideja za korištenje manipulativa tijekom nastave matematike:

1. Srednjovjekovna utvrda Baba Vida, Bugarska:

- povijest i činjenice
- izrada modela
- matematički koncepti – geometrijska tijela



Figure 3 Izvor: 27.5.2023, <https://pixabay.com/da/photos/vidin-bulgarien-f%C3%A4stning-baba-vida-2710276/>

2. Špilja Magura u Bugarskoj:

- povijest i činjenice
- crteži u špilji
- enciklopedija matematike – špilje u Bugarskoj
- matematički koncepti – vremenske jedinice, primjena algoritama za zbrajanje i oduzimanje brojeva do 1000, geometrijska tijela



Figure 4 Izvor: 17.5.2023, Magura cave 019 - Магура – Уикипедия (wikipedia.org)
https://bg.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%B3%D1%83%D1%80%D0%B0#/media/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Magura_cave_019.jpg

3. Gusarski grad Omiš, Hrvatska

- povijest i činjenice
- gusarski brod – project
- matematički koncepti – mjerne jedinice – mjerenje duljina, jednostavna geometrijska tijela, masa



Figure 5 Izvor: 27.5.2023, <https://pixabay.com/da/photos/mimice-omi%C5%A1-dalmatien-kroatien-hav-5002058/>

4. Stari grad u Dubrovniku, Hrvatska

- povijest i činjenice
- modeliranje s plastelinom (uradi sam)
- matematički koncepti – mjerne jedinice, usporedba brojeva, geometrijska tijela



Figure 6 Izvor: 27.5.2023, <https://pixabay.com/da/photos/kroatien-dubrovnik-503170/>

5. Europski parlament, Belgija

- povijest i činjenice – Europska unija
- Europski parlament
- Grande-Place – tkanje tepiha
- skulptura *Europa u srcu* – nacionalne zastave
- matematički koncepti – geometrijski likovi, zadaci riječima, svojstva množenja



Figure 7 Izvor: 27.5.2023, <https://pixabay.com/da/photos/parlament-europ%C3%A6isk-strasbourg-1564430/>

6. Elizabetin toranj (Big Ben), Ujedinjeno Kraljevstvo

- povijest i činjenice
- toranj – projekt zvonik
- matematički koncepti – geometrijski likovi, zadaci riječima, vremenske jedinice



Figure 8 Izvor: 27.5.2023, <https://unsplash.com/photos/MdJq0zFUwrw>

7. Blaga Bugarske

- povijest i činjenice
- Blago Varne, Blago Trakije, Blago Panagyurishte, Blago Rogozena, Blago Valchitruna
- matematički koncepti – zbrajanje i oduzimanje brojeva do 1000, geometrijski likovi, problemski zadaci, modeliranje s numeričkim izrazima



Figure 9 https://www.europeana.eu/item/2021502/jspui_handle_pub_70

8. Stari Rim, Italija

- povijest i činjenice
- akvadukti, opskrba vodom i javna odvodnja u starom Rimu
- matematički koncepti – mjerne jedinice, problemski zadaci, geometrijska tijela



Figure 10 Izvor: 27.5.2023, https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/90/Roma-parco_degli_acquedotti03.jpg

9. Louvre, Francuska

- povijest i činjenice
- model piramide – Pascalov trokut
- umjetnost kroz umjetnikov pogled – slikarstvo, kiparstvo, grafika, itd.

- matematički pojmovi – zbrajanje i oduzimanje do 1000, množenje do 1000, geometrijska tijela



Figure 11 Izvor: 27.5.2023, <https://pixabay.com/da/photos/lameller-paris-frankrig-arkitektur-1868203/>

10. Toranj u Pisi, Italija

- povijest i činjenice
- model kosog tornja – kartonske role i mješavina za gips
- matematički pojmovi – mjerne jedinice za duljinu i masu, vrste kutova, mjerenje kuta, zbrajanje i oduzimanje bez prijelaza desetice



Figure 12 Izvor: 27.5.2023, <https://unsplash.com/photos/QL59SX34Mb8>

11. Vitruvijev čovjek, Italija

- povijest i činjenice
- matematički pojmovi – polovine, trećine, četvrtine, desetine, zbrajanje i oduzimanje do 1000, množenje i dijeljenje do 1000 s jednoznamenkastim brojevima, usporedba brojeva, izvođenje informacija iz različitih izvora i ucrtavanje točaka u koordinatni sustav

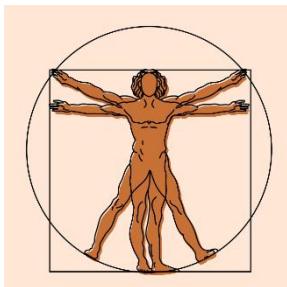


Figure 13 Izvor: 27.5.2023, <https://pixabay.com/da/vectors/vitruvianske-mand-human-da-vinci-7212326/>

12. Stara Grčka, Grčka

- povijest i činjenice
- vremenska crta
- Akropola – starogrčki stupovi i vase
- matematički koncepti – crtanje trokuta sa zadanim koordinatama vrhova, mjerne jedinice – stoljeće



Figure 14 Izvor: 27.5.2023, <https://pixabay.com/da/photos/akropolis-athen-gr%C3%A6kenland-gammel-2725910/>

2. Koji se matematički koncepti mogu prikazati kroz europsko povjesno nasljeđe?

Naš je cilj koristiti matematiku u STEAM projektima kako bismo postigli sveobuhvatnije razumijevanje standardnog kurikuluma. Kroz različite tehničke izazove težimo postići šire i dublje razumijevanje matematičkih znanja kako bismo opisali situacije u svijetu koji nas okružuje pomoću matematičkog modela i dobili informacije iz različitih izvora.

U nižim razredima mogu biti prikazani neki od sljedećih matematičkih koncepta koji su povezani s europskom povjesnom baštinom:

Brojevni sustavi: U nižim razredima proučava se dekadski brojevni sustav, koji ima svoje korijene u indo-arapskoj kulturi i koji je u Europu donesen putem arapskih učenjaka u srednjem vijeku.

Rimski brojevi: Rimski brojevni sustav koji je korišten u starom Rimu dio je europske povijesne baštine. Učenje o rimskim brojevima može biti korisno za razumijevanje strukture brojeva.

Geometrija: Osnovni principi geometrije, uključujući oblike, linije, kutove i simetriju, mogu se prikazati odgovarajućim primjerima iz europske povijesti umjetnosti i arhitekture. Na primjer, učenici mogu proučavati različite oblike koji se nalaze u povijesnim zgradama iz različitih povijesnih razdoblja, kao što su romb, pravokutnik i trokut.

Mjerenje i mjerne jedinice: Različite mjerne jedinice koje se koriste u svakodnevnom životu i trgovini povezane su s europskom poviješću. Na primjer, metar i kilogram su mjerne jedinice metričkog sustava koje su standardizirane u Francuskoj u 18. stoljeću.

Vrijeme i kalendar: Koncepti vremena i kalendara koje proučavamo imaju korijene u europskoj povijesti. Na primjer, gregorijanski kalendar, široko korišten širom svijeta danas, uveo je papa Grgur XIII. 1582. godine i dio je europske povijesne baštine.

Ovo su samo neki od matematičkih koncepta koji se mogu povezati s europskom povijesnom baštinom i predstaviti na nastavi matematike u nižim razredima.

3. Kako pristupiti matematici i kulturnoj baštini?

Umjesto da se poučavaju kao odvojeni predmeti, matematika i povijest se povezuju i primjenjuju znanstvene principe i znanja s tehnologijom, inženjerstvom, umjetnošću i matematikom kako bi se suočili s izazovima s kojima se susrećemo i rješavali probleme stvarnog svijeta kroz stvaranje proizvoda, prototipova i modela.

Matematičke vještine koriste se za analizu, zaključivanje, argumentiranje, dokazivanje i tumačenje rješenja problema u različitim scenarijima iz europske

povijesne kulturne baštine. Stvara se okolina u kojoj je učenik vlastiti učitelj, istraživač i putnik te se potiče ljubav prema učenju.

Tradicionalni pristup odvojenom podučavanju pojedinačnih predmeta više ne zadovoljava izazove današnjeg svijeta, društva i radnog okruženja, te samo podučavanje učenika kako proći ispite iz različitih područja danas više nije dovoljno.

STEAM obrazovanje nudi interdisciplinarni, holistički pristup obrazovanju koji priprema učenike za daljnje učenje, kao i za buduće poslove. STEAM okvir ne samo da uči učenike kako kritički razmišljati, rješavati probleme i koristiti kreativnost, već ih priprema za rad u područjima koja su spremna za rast.

U svijetu koji se neprestano mijenja i postaje sve kompleksniji, važnije je nego ikad da mladi razvijaju znanje i vještine rješavanja problema kako bi razumjeli informacije i znali kako ih prikupiti i procijeniti te donijeti odluku.

Glavne prednosti kvalitetnog učenja na područjima STEAM-a na nastavi matematike kroz otkrivanje europske kulturne baštine su:

- STEAM učenje inspirirano je stvarnim svjetom;
- znanje koje djeca stječu podučava se na način koji se može primijeniti u svijetu u kojem živimo;
- svaka STEAM aktivnost prilagodljiva je i kreativno osmišljena;

Djeca različitih interesa koja su smještena u istu grupu mogu zajednički surađivati i stvarati parove ili timove na smislen način. Dobra komunikacija i timski rad među među najvažnijim su rezultatima inovativnog modela učenja;

- svi učenici imaju slobodu razmišljati kreativno i inovativno;
- istraživanje je dio metoda poučavanja;
- iako učenici čine dosta pogrešaka, ne kažnjava ih se. To je jedna od pozitivnih stvari jer se na taj način adolescenti ne demotiviraju, već uče prihvati svoje greške;

- STEAM lekcije također pomažu smanjiti stres i napetost u učionici;
- svijest o povezanosti između znanosti i humanističkih znanosti.

Suvremena matematika postala je izrazito apstraktna i nevjerojatno kompleksna, pri čemu velika područja vjerojatno nikada neće postati razumljiva svima. No istina je da je svaka osoba u svakodnevnom životu, bez obzira na to je li toga svjesna ili ne, više ili manje matematičar. Svaki put kada djeca procjenjuju koji je krafna veća, kada podijele pizzu na jednake komade, kada prebroje svoj kusur ili čak kada pogledaju na sat, preuzimaju ulogu 'svakodnevnog matematičara'.



Figure 15 <https://pixabay.com/da/photos/at-l%C3%A6re-skole-f%C3%B8rskole-b%C3%BCrnehaver-3701963/>

Matematika je znanost koja prije svega proučava, ali nikako ne isključivo, brojeve, oblike i postojeće obrasce i pravilnosti. Ona je po svojoj prirodi vrsta proučavanja svakog pojedinog aspekta života i okoline te nalazi primjenu u svakoj našoj namjeri i djelovanju, pružajući siguran most preko kojeg možemo dosegnuti svaku drugu teoriju.

Bez iznimke, sve se u našoj stvarnoj fizičkoj stvarnosti može izraziti pomoću matematike - mozaik u drevnoj Grčkoj, skica Vitruvijevog čovjeka, tračansko blago Bugarske i još mnogo toga.

Matematika i povijest vrlo su blisko i duboko povezane. Činjenica da se povijesni procesi odvijaju protokom vremena uvjetuje mogućnost ne samo vanjske primjene matematike, modeliranja određenih aspekata i fenomena, već i razumijevanja povijesnog postojanja na matematički način.

Jedan od razloga za nelagodan odnos prema ovoj znanosti leži u činjenici da je ovladavanje njome očigledno težak i dugotrajan proces. Upravo se iz tog razloga metamatematika prikazuje kroz povijesnu kulturnu baštinu. Na taj

način, učenici će obogatiti svoje opće razumijevanje povijesnih objekata i nesvjesno shvatiti matematičke koncepte.

Djeca imaju urođenu znatiželju prema svijetu koji ih okružuje. Upravo je ova osobina najbolja strategija koju možemo iskoristiti kako bismo im pomogli razviti pozitivan odnos prema matematici i uspostaviti prisniji odnos s njom.

Jedan od najvažnijih razloga za proučavanje povijesti je taj što se iste pogreške iz prošlosti mogu ponoviti mnogo puta. Uloga povijesti je otkriti te pogreške kako se ne bi ponavljale iznova i iznova. Pomaže nam razviti egzistencijalne vještine koje su nam potrebne da bismo bili dobri i savjesni građani naše zemlje i svijeta.

Povezanost između povijesti i matematike upoznat će učenike s običajima i tradicijama raznih kultura kako bi oni mogli na odgovarajući način shvatiti međukulturene razlike i težiti pravednom razvoju društva u kojem žive.

Proučavanje povijesti razjašnjava odakle smo došli, kako nas je prošlost oblikovala kao pojedince, te kako može oblikovati našu sadašnjost i budućnost. Razvija visoke moralne i etičke kvalitete kod učenika. Ova znanost pomaže im da uravnoteže razumijevanje prošlosti i sadašnjosti, te da imaju jasnu i objektivnu predodžbu o tome kada su naši preci činili ispravne, a kad pogrešne stvari.

Djeca pokazuju više entuzijazma kad uče nove stvari koje su povezane sa svjetom koji poznaju - njihovim svakodnevnim aktivnostima, okolinom i interesima. To se odnosi na sve predmete, uključujući i matematiku.

Priče mogu biti koristan alat za poučavanje matematike u osnovnoj školi, pomažući učenicima da se upoznaju s matematičkim pojmovima i povezuju ih sa stvarnim primjerima i zanimljivim pričama. Evo nekoliko načina na koje se priče mogu koristiti:

- povjesni kontekst brojeva: Recite učenicima o povijesnom razvoju brojeva i brojanja. Na primjer, možete podijeliti zanimljive činjenice o drevnim civilizacijama poput starog Egipta ili Maja, te načinima na koje su brojali i

koristili brojeve. To će pomoći učenicima da razumiju brojeve kao nešto važno i široko korišteno u povijesti.

- geometrija i arhitektura: Pokažite učenicima kako su geometrijski principi korišteni u povijesnim arhitektonskim strukturama poput piramida, vrtova Versaillesa ili kineskih pagoda. Pregledajte slike ili modele i raspravljajte o oblicima, simetrijama i proporcijama koje su korištene. To će pomoći učenicima da povežu geometrijske koncepte sa stvarnim objektima i bolje ih razumiju.

- povijesne ličnosti i matematika: Pričajte učenicima o poznatim matematičarima ili znanstvenicima koji su ostavili trag u povijesti. Na primjer, možete govoriti o Pitagori i njegovom teoremu, Arhimedu i njegovim matematičkim otkrićima ili Euklidu i njegovim elementima. Recite im o važnim doprinosima matematici i kako su bili korišteni u povijesnom kontekstu.

- problem i zadaci u povijesnim događajima: Kreirajte probleme i zadatke koji se temelje na povijesnim događajima i zahtijevaju matematičko razmišljanje. Primjerice, možete postaviti problem vezan uz brojanje objekata u egipatskom kompleksu piramida ili izračunavanje proporcija u izgradnji drevnih arhitektonskih struktura. Ovo će pomoći učenicima primjeniti matematičke koncepte na stvarne situacije i razumjeti njihov praktičan značaj.

- vizualni materijali i igre: koristite vizualne materijale poput ilustracija, slika ili animacija koje prikazuju povijesne aspekte matematike. Napravite igre i zabavne aktivnosti koje su inspirirane povijesnim razdobljima i zahtijevaju matematičke vještine. Ovo će uključiti učenike i potaknuti ih da se zabavljaju dok uče matematiku:

- prikazivanjem, modeliranjem ili izradom modela srednjovjekovne utvrde, vježbat će i primjeniti svoje znanje o geometrijskim oblicima i određivanju opsega.
- mjerit će količine materijala i miješati ih proporcionalno kako bi otkrili tajnu Kosog tornja gdje će primjeniti svoje znanje o mjerenuju kuta.

- otkrit će opseg i točne proporcije u Leonardovom crtežu čovjeka.
- nevjerojatne priče o stvaranju povijesnih znamenitosti provest će učenike kroz matematičke probleme s lakoćom.

Korištenjem povijesti u nastavi matematike u osnovnoj školi, možete unijeti raznolikost i zanimanje za predmet te pomoći učenicima povezati matematičke koncepte s povijesnim kontekstom i primjenom u stvarnom svijetu. Učenici će primijeniti matematičko znanje koje su naučili u praktičnim aktivnostima. Na taj način, saznat će kako je netko bio u stanju osvojiti cijeli svijet i primijeniti svoje matematičko znanje matematizirajući povijest.

Mlađa djeca obično su oprezna pred novim idejama jer su one vezane uz preuzimanje rizika. Adolescenti trebaju znati da svaki novi pothvat nosi rizik, no to ih ne bi trebalo prestrašiti, već potaknuti na djelovanje.

Ako im slučajno projekt na području STEAM-a ne uspije, trebali bi pokušati ponovno. Važno je razgovarati o svim momentima kako bi se izbjeglo ponavljanje grešaka. Učenici imaju koristi od svega što iskuse.

4. Europska kulturna baština kroz STEAM u osnovnim školama

Zašto je važno baviti se time s obzirom na to da su djeca tog uzrasta naša ciljna grupa?

Veliki izazov suvremenog obrazovanja stvoriti je želju za učenjem. Sve veća količina informacija koje djeca moraju upiti stavlja obrazovni sustav i djecu pod pritisak neizdržive količine rada, što ih demotivira u dalnjem učenju. Ipak, ovaj pristup ne donosi potrebne rezultate u smislu znanja i vještina, uglavnom zato što informacije nisu isto što i znanje.

Djeca trebaju učiti neovisno unutar i izvan škole, u razredu i izvan njega. Spajanje različitih tema u jednu kako bi se riješio problem je i ekonomično i iznimno motivirajuće. Razvijanje kreativnosti stvara trajnu motivaciju za cjeloživotno učenje.

Kreativnost u STEAM-u omogućuje jedinstvo znanja i primjenu interdisciplinarnog pristupa. To omogućuje ne samo uštedu vremena i truda pri

učenju, već stvara i bolje i dublje znanje. Kroz poveznice između različitih predmeta, učenici stvaraju jedinstveni model znanja koje stječu.

Već od vrlo rane dobi, djeca uče kroz igru. Igre razvijaju mnoge kompetencije kod djece, kao što su timski rad, građanska odgovornost, emocionalna kompetencija, kreativno i strateško razmišljanje.

Priroda i vrsta aktivnosti za ključne kompetencije u kurikulumu ukazuju na ideju njihove primjene kroz upotrebu STEAM pristupa u osnovnom obrazovanju. Rad u jedinstvenom sustavu predmeta i tehnologija koje proučavamo vodi stvaranju navike hibridnog načina rada, među kojima se najviše oslanjamo na suradnju, kreativnost, komunikaciju i kritičko razmišljanje.

Učenici primjenjuju i razumiju ono što uče na praktičan način. Stvaranje zajedničkog pogleda na proučavani sadržaj u pojedinačnim disciplinama usmjerava na njihovu integraciju u globalni cilj koji sadrži razvoj ključnih kompetencija u stvarnom praktičnom okruženju.

Jaka interdisciplinarnost ostvaruje se istovremenim proučavanjem matematike te prirodnih, društvenih i humanističkih znanosti sa svim njihovim međusobnim vezama i praktičnom primjenjivošću. To doprinosi višeslojnom razmišljanju i oblikovanju osobnosti, kao i integraciji znanja u svim znanostima - ekonomskim, društvenim, prirodnim, kulturnim, inženjerskim, itd.

Stvaranje koje je usmjерeno na projekte, modele povijesnih znamenitosti, građevine, ekološke sustave, itd., bit će povezano s usvajanjem i primjenom kompetencija kod učenika u različitim predmetima koje se proučava, objedinjenim u integrativnom učenju.

Matematičko se razmišljanje također može razvijati kroz igru. Tako djeca imaju priliku istraživati matematičke principe na zabavan i smislen način, dok se neprimjetno usvajaju nova znanja i vještine.

Promjena stava prema matematici zahtijeva od nas da razvijamo kreativnost kod djece, zaokupimo njihovu pažnju, činimo učenje zabavnim i povezujemo nastavni materijal sa stvarnim povijesnim objektima. Rezultat je više nego ohrabrujući - djeca su inspirirana velikom značeljom i željom za znanjem.

Nadograđivanje jačih strana učenika i rad na njihovim slabijim stranama pomaže im da shvate gdje se nalaze i što im je potrebno za napredak.

U matematici, učenici shvaćaju greške kao ekvivalent loše ocjene, neuspjeha na ispitima ili eventualne kazne. Međutim, u stvarnom životu greške su ključne za stjecanje životnog iskustva. Raditi greške i razumijevati ih važno je za dublje razumijevanje procesa. Stoga, možete okrenuti neuspjeh učenika u priliku da im pokažete njihovu vrijednost putem konstruktivne rasprave kroz koju mogu doći do zaključaka koje želite da postignu. Kako biste se nosili s učeničkim strahom od testova iz matematike, važno je objasniti im da je normalno da izgube nit, pogriješe, pokušaju ponovno, opet pogriješe i na kraju uspiju.

Učenike treba poticati da se suoče s izazovima - teškim problemima, projektima ili obrascima koji zahtijevaju puno znanja, vremena, truda ili kreativnosti.

Zahvaljujući ovoj inovativnoj metodi učenja, mlađi i stari uče prihvatači neuspjeh, razmišljati logično i kreativno, i prije svega, ne odustajati. Rade sa strašću i željom - prava formula koja vodi k cilju i uspjehu.

4. Zašto je STEM važan za djecu mlađeg uzrasta?

STEM je važan za poslove 21. stoljeća. Primjerice, u Sjevernoj Americi broj poslova s područja STEM-a raste brže od bilo koje druge struke. Ovi poslovi obično dolaze s natprosječnim prihodima i igraju važnu ulogu u održavanju gospodarstva. Znanost i tehnologija postale su vrlo uobičajene u mnogim zanimanjima i novim karijerama. Najvažnije su vještine sposobnost brzog usvajanja novih znanja i inovativnost.

STEM je zabavan. Umjesto da pamtimos činjenice ili imamo predavanja, djeca mogu učiti dok se igraju. Mnogi odgojno-obrazovni radnici vjeruju da se učiti može kroz igru, a STEM vještine se lako mogu razviti kroz zabavne i poticajne aktivnosti.

Rani kontakt sa STEM područjima potiče strast za učenjem. Kada izložimo malu djecu STEM idejama, stvaramo temelj za buduću strast i interes za te

koncepte, što može dovesti do kontinuiranog učenja i čak uspješnih karijera u povezanim područjima.

Poglavlje 4 : učenje STEAM predmeta pomoću pedagoških predložaka

Nakon pregleda stanja matematičkog obrazovanja u Belgiji, Hrvatskoj i Bugarskoj, rasprave o izazovima predmeta STEAM-a i objašnjenja kako u njih integrirati europsku povijest i kulturnu baštinu, sljedeće poglavlje će razmatrati korištenje manipulativnih materijala u STEAM predmetima.

Korištenje manipulativnih materijala često se preporučuje kao učinkovit način poučavanja matematike (Carbonneau i drugi, 2016.), ali što točno podrazumijevamo pod *manipulativima*? Koje su prednosti, kako ih treba integrirati u naše STEAM lekcije i jesu li manipulativi i dalje relevantni za proces učenja? Postoji mnogo opravdanih pitanja na koja će ovaj poglavlje pokušati odgovoriti.

1. Manipulativi – definicija i kratak povjesni pregled

Manipulativni materijali mogu imati različite oblike i definiraju se na različite načine (Boggan, Harper i Whitmire, 2010.). Međutim, zajednička osnova definicije je: "fizički predmeti koji se koriste kao pedagoška sredstva kako bi uključili učenike u učenje matematike kroz praktičan rad" (korištenje manipulativa prema Boggan, Harper i Whitmire, 2010.).

Različite definicije navode različite benefite, kako navode istraživanje. Na primjer, Belenky i drugi (2009., str. 2) dodaju da "manipulativni materijali pomažu učeniku konkretizirati znanje kroz prikaz koncepata, te korištenjem objekta slijediti korake za rješavanje problema". Također, Lewis (2012., str. 1, prema Cockett i Kilgour, 2015.) navodi da "manipulativi pružaju vidljive modele koji pomažu učenicima rješavati probleme i razvijati koncepte" (Lewis, 2012., str. 1, prema Cockett i Kilgour, 2015.).

Od samih početaka civilizacije, mnoge zemlje i kulture koristile su predmete za rješavanje matematičkih problema u svakodnevnom životu. Na početku su materijali bili jednostavni i sastojali su se od glinenih tablica i pijeska u koje se pisalo prstima (Boggan, Harper i Whitmire, 2010.).

S razvojem potreba različitih naroda, razvijali su se i materijali koje su koristili. Pojavili su se quipu starih Ink i abakus (Boggan, Harper i Whitmire, 2010.).

Tek krajem 1800-ih godina izumljeni su prvi manipulativni materijali. Pokazali su obećavajuće rezultate za sve stilove učenja i obuhvaćali su različite matematičke koncepte. Dva istaknuta pedagoška stručnjaka koji su radili s takvim materijalima bili su Maria Montessori i Friedrich Froebel (Boggan, Harper i Whitmire, 2010.).

Manipulativni se materijali i danas široko koriste, ali su evoluirali kako bi postali složeniji i sveobuhvatniji, te se također mogu koristiti i u virtualnom obliku. Postoji mnogo istraživanja o njihovim koristima i ograničenjima (D'Angelo i Iliev, 2012.).

2. Prednosti

Po svojoj prirodi, matematika je apstraktan koncept. Dakle, kakve su prednosti njenog uključivanja u eksperimentalne znanosti (GRACOM, 2021.)?

Brojne koristi upotrebe manipulativa proizlaze iz kognitivističkih teorija i našeg suvremenog znanja o ljudskom razvoju (McNeil i Jarvin, prema Carbonneau i drugi, 2016.).

Pedagoški materijali (manipulativi) koji imaju korijen u razvojnim teorijama i konstruktivizmu:

Neki istaknuti pedagozi koji su se usko bavili teorijom razvoja, poput Montessori (1964.), Brunera (1964.) i ponovno Piageta (1962.), slažu se da korištenje manipulativnih materijala podržava razvoj apstraktnog razmišljanja (Carbonneau i drugi, 2016.). Tako je mnogo istraživanja pokazalo da će najviše koristi od korištenja manipulativa imati djeca koja još nisu dosegнуla fazu apstraktne reprezentacije (Fennema, Resnick i Omanson, prema

Carboneau i drugi, 2016.). Ovaj se rezultat može objasniti činjenicom da mala djeca trebaju više fizičke interakcije kako bi konstruirala značenje (Bruner, Piaget i Coltman, prema Carboneau i drugi, 2016.). Shaw (prema Cockett i Kilgour, 2015.) također tvrdi da kada učenici fizički premještaju manipulativne materijale kako bi pokazali različite odnose, aktivno uključuju svoj osjet dodira, što olakšava njihovo razumijevanje.

Piaget je identificirao četiri osnovne faze razvoja: senzomotoričku, predoperacijsku, fazu konkretnih operacija i fazu formalnih operacija (Ojose, 2008.). U predoperacijskoj i konkretnoj operacijskoj fazi, manipulativi će biti najrelevantniji za učenje. Naime, predoperacijsku fazu karakteriziraju povećane jezične sposobnosti, simboličko mišljenje, egocentrična perspektiva i ograničena logika. Stoga, konkretni manipulativi i verbalizacija mogu pomoći učiteljima da razumiju procese razmišljanja učenika. Kako tvrde Burns i Silbey (prema Ojose, 2008.), konkretni manipulativi savršen su način za poticanje razvoja konkretnе operacijske faze. Manipulativi čine apstraktne pojmove konkretnijima i omogućuju rješavanje problema. Izazov za učitelje je stvaranje veza između manipulativa i ideje (Burns i Silbey, prema Ojose, 2008.).

Učitelji koji uključuju manipulative u svoje lekcije temelje rad u svojim učionicama na konstruktivizmu (D'Angelo i Iliev, 2012.). Ova teorija stavlja učenike u središte učenja koje oni konstruiraju putem interakcije s okolinom (materijalnom i društvenom). U matematičkim učionicama temeljenim na konstruktivizmu, očekuje se da će učenici biti aktivni u svom učenju. Po ovoj pedagoškoj teoriji, učitelj mora pažljivo organizirati nastavu i materijale kako bi dosegnuo zonu proksimalnog razvoja učenika. Vygotsky je definirao zonu proksimalnog razvoja kao "one funkcije koje još nisu dosegle zrelost, ali su u procesu sazrijevanja" (prema D'Angelo i Iliev, 2012., str. 4). Do ove se zone može doći putem prezentacije manipulativnih materijala, jer će učenici morati uspostaviti poveznicu između svojih prethodnih i novih iskustava.

Manipulativi daju smisao učenju:

Još jedna korist manipulativa je da olakšavaju povezivanje apstraktnih matematičkih koncepata sa svakodnevnim životom (Brown i drugi, prema Carbonneau i drugi, 2016.; Brown, Collins i Duguid u Belenky i drugi, 2009.; Hawkins, Boggan, Harper i Whitmire prema Cockett i Kilgour, 2015.). Druga istraživanja potvrđuju ovo saznanje jer je utvrđeno da kada učenik nema ili ima vrlo malo prethodnog znanja o nekoj temi, uvođenje poznatog konkretnog objekta može pomoći učeniku stvoriti relevantne misaone obrasce (Tindall-Ford i Sweller, prema Carbonneau i drugi, 2016.). Istraživanje Steina i Bavolina (prema Cockett i Kilgour, 2015.) došlo je do istog zaključka: učitelji stvaraju smislenije iskustvo za učenike korištenjem manipulativa. Doista, pružanjem konkretnog oblika, učenici mogu shvatiti korisnost matematičkog koncepta u svakodnevnom životu. Shvaćanje značenja aktivnosti također povećava motivaciju učenika (Cordova i Lepper, Schraw, Flowerday i Lehman, prema Belenky i drugi, 2009.).

Manipulativi zaokupljaju i motiviraju učenike:

Još jedna korist manipulativa koja proizlazi iz prethodne jest da omogućuju aktivnije uključivanje učenika u rad i omogućuju im veću usredotočenost na zadatak (Florence, 2012., citirano u Cockett i Kilgour, 2015.). Doista, zadavanje zadatka čiju svrhu učenici razumiju i u kojem su aktivni, omogućit će im da budu aktivniji, motiviraniji i usredotočeniji (Swirling, Moyer, prema Cockett i Kilgour, 2015.). Xie, Antle i Motamedi (prema Cockett i Kilgour, 2015.) idu dalje u svom istraživanju veze između korištenja manipulativa i procesa učenja jer povezuju užitak s aktivnošću. Shaw (prema Cockett i Kilgour, 2015.) također sugerira da upotreba manipulativa može pomoći učenicima da postanu samouvjereniji jer im omogućuje rješavanje složenih matematičkih zadataka.

Manipulativi pomažu memorirati koncepte:

Manipulativi također omogućuju predstavljanje problema na više načina te posjedično omogućuju lakši pristup pohranjenim informacijama (Sweller,

Merrienboer i Paas prema Belenky i drugi, 2009.), budući da se kodiranje može odvijati kroz dva kanala: verbalni i neverbalni kanal (motorički kanal) (Clark i Paivio prema Carbonneau i drugi, 2016.). Stoga će učenik koji je naučio koncept putem manipulativa pri dohvaćanju informacija iz pamćenja imati pristup dvjema vrstama informacija. Uspješno dohvaćanje jedne vrste informacija (verbalne) omogućit će oporavak druge vrste informacija (neverbalne) i time rezultirati boljim postignućima u smislu ishoda učenja (Marley i Levin, prema Carbonneau i drugi, 2016.).

Manipulativi zadovoljavaju potrebe svih učenika:

Korištenje manipulativa korisno je za različite stilove učenja. Doista, ono je prikladno za učenike koji imaju uglavnom vizualni i/ili kinestetički stil učenja (Sundstrom, prema Cockett i Kilgour, 2015.). Međutim, manipulativni materijali nisu korisni samo za te učenike. Kako je objašnjeno u prethodnom odlomku, različiti načini rada u nastavi matematike svim su učenicima korisni u dohvaćanju informacija.

Istraživanja su također pokazala da se manipulativi preporučuju za učenike s niskim postignućima ili onima s teškoćama u učenju (Boggan, Harper i Whitmire, prema Cockett i Kilgour, 2015.).

Još jedna prednost manipulativa koja nije spomenuta u ovom poglavlju je interakcija s vršnjacima. Naime, uranjanje u rad s manipulativima omogućit će interakciju među učenicima; razmjenjivat će svoja gledišta i slušati kako drugi doživljavaju problem, što će im pomoći u učenju (D'Angelo i Ilić, 2012.). Prema istraživanju koje je proveo Moyer (prema D'Angelo i Ilić, 2012.), rasprava je sastavni dio upotrebe manipulativnih materijala i smatra se ključnim elementom za njihovu učinkovitost.

3. Uvjeti za implementaciju

Smith (prema Cockett i Kilgour, 2015., str. 4) kaže: "Postoji vjerojatno toliko loših načina poučavanja s manipulativima, kao i bez njih".

Stoga je važno obratiti pažnju na uvjete za primjenu manipulativa kako bismo ih učinili što relevantnijima i učinkovitijima.

Provedeno je mnogo istraživanja o razini podrške koju bi učitelj trebao pružiti učenicima tijekom aktivnosti s manipulativima. Pojam podrška može se odnositi na više toga, npr na interakcije između učenika i učitelja tijekom procesa učenja (Terwel i drugi, 2009., Mayer, prema Horran i Carr, 2019.); također može se odnositi na okvir koji učitelj pruža dajući konkretne primjere ili pravilno raspoređujući izazove s kojima se učenici suočavaju (Baroody i drugi, 2015., Chen, Kalyuga i Sweller, prema Horran i Carr, 2019.). I na kraju, ovdje se pod vođenjem misli na interakcije između učenika i učitelja (odgovaranje na pitanja učenika, pružanje povratnih informacija i usmjeravanje pitanja).

Nedavna sinteza literature o ovom predmetu sugerira da umjerena razina podrške dovodi do boljih rezultata u zadržavanju informacija nego neusmjeren rad (Alfieri, Brooks, Aldrich i Tenenbaum, prema Carbonneau i drugi, 2016.). Naime, nije dovoljno dati učenicima samo materijale kako bi bili aktivni. Aktivno sudjelovanje u učenju ima nekoliko prednosti. Olakšava učenje kroz praktično izvođenje (Anzai i Simon prema Belenky i drugi, 2009.) i povećava pažnju i angažman (Chi prema Belenky i drugi, 2009.). Kako bi učenici bili stvarno aktivni i uključeni u dublje procese učenja, učitelj može pružiti podršku postavljanjem metakognitivnih pitanja (Chi, Graesser i Black prema Belenky i drugi, 2009.). Ta metakognitivna pitanja pomoći će učenicima da razmisle o različitim aspektima gradiva i pronađu rješenja za predstavljeni problem (Schoenfeld, prema Belenky i drugi, 2009.).

No, druga istraživanja dopunjaju ovaj zaključak dodatkom da ne bi trebalo davati previše podrške, kako učenici ne bi učili na način koji nije prenosiv na različite kontekste (Martin, prema Carbonneau i drugi, 2016.).

Međutim, istraživanje Horrana i Carra iz 2019. zaključuje da će razina podrške ovisiti o cilju učenja i učenicima. Naime, visoka razina podrške omogućila bi bolje zadržavanje informacija, dok bi niska razina podrške omogućila

učinkovitiji prijenos znanja (Carbonneau, Marley i Selig, prema Horran i Carr, 2019.).

Podrška učitelja nije jedini čimbenik koji utječe na učinkovitost korištenja manipulativa na učenje; važnu ulogu igra i korišteni materijal (Belenky i drugi, 2009.).

Autentičan materijal može biti prednost (omogućuje učenicima kontekstualizaciju učenja), ali isto tako može biti i nedostatak. Naime, materijal i situacije koje su previše realistične mogu otežati prijenos znanja (Goldstone i Sakamoto, Son i Goldstone, prema Belenky i drugi, 2009.). Osim toga, materijal koji je previše detaljan ili sadrži previše suvišnih elemenata može odvratiti učenike od bitnih značajki (Harp i Mayer, Son i Goldstone, prema Belenky i drugi, 2009).

Thierry Dias u svojoj knjizi " Manipuler et expérimenter en mathématiques " (prema GRACOM-u, 2021.) detaljno opisuje 4 faze rad s manipulativima na relevantan i učinkovit način za učenje.

Faza 1

Prva faza podrazumijeva da se učenicima da vremena da se upoznaju s materijalom. Ova faza uključuje promatranje, rukovanje materijalom i eksperimentiranje.

Faza 2

Druga faza je faza rasprave, u kojoj učenici objasnjavaju što su radili i promatrali u prethodnom koraku. U ovoj fazi prihvaćaju se sva razmišljanja, a nastavnik pruža podršku i može potaknuti raspravu pitanjima ako je potrebno.

Faza 3

Ova faza uključuje razvrstavanje pristupa ili objašnjenja koja su prethodno navedena te dovodi do rasprave, argumentacije i potvrđivanja. Nastavnikova uloga je voditi raspravu i, ako je potrebno, usmjeriti diskurs.

Faza 4

Posljednja faza omogućit će institucionalizaciju otkrivenih koncepata. Cilj je svim učenicima pružiti službeni zapis onog što je otkriveno tijekom procesa učenja.

Dias zaključuje s tri preporuke kako bi rad s manipulativima omogućio učenicima apstrahiranje.

Rad s manipulativima bi trebao:

- potaknuti proces postavljanja pitanja;
- stvoriti ograničenja = rad s manipulativima postaje jedini način rješavanja problema;
- rad treba biti promatran u kompletiranom nizu koji završava verbalizacijom naučenih matematičkih pojmoveva.

Sljedeća točka odnosi se na primjere dobre prakse. Ova točka je korisna jer pruža konkretnе primjere kako se područjima STEAM-a pristupalo kroz povijest.

4. Dobre prakse

Primjeri rada s manipulativima u STEAM nastavi mogu se pronaći u drugim Erasmus + projektima, poput projekta STEAM builders, ali i u nekim muzejima. Neki muzeje nude rad s manipulativima kako bi se bolje razumjelo njihov sadržaj, no sve popularniji su i muzeji matematike. Neki nude jednostavan rad s manipulativima za niže razrede osnovne škole, dok neki idu čak do visokog obrazovnog nivoa s manipulativima za razumijevanje statistike.

Projekt STEAM Builders:

Projekt STEAM Builders je Erasmus+ projekt koji promovira praktičan neformalan pristup STEAM području kroz rekonstrukciju povijesnih građevina ili događaja kako bi potaknuo interes za STEAM područje kod djece od 10 do 15 godina.

Kao što je planirano u našem projektu STEAM in Times, izrađeni su planovi za rad s manipulativima, kao i nastavni materijali.

Primjer 1: izrada sekstanta

Tijekom školske godine 2020-2021., 42 učenika srednje škole u Grčkoj radilo je na stvaranju sekstanta.

Nastavna je sekvenca trajala sveukupno 3 sata.

Plan je uključivao izradu sekstanta, a nastavna sekvenca obuhvatila je korištenje sekstanta za mjerjenje visine njihove škole.

Primjenjujući pristup učenju kroz praktičan rad, učenici su:

- izradili sekstant prema planu;
- uz pomoć nastavnika upoznali su se s Talesovim teoremom o sličnosti trokuta;
- proučavali Ksenagorou (2. stoljeće n.e.), koji je temeljio svoje istraživanje na Talesovim teoremmima i izračunao visinu vrha grčke planine na zapadnom Olimpu po imenu Flamboulos, što je bio najviši vrh u njima tada poznatom svijetu.
- kao zadnju aktivnost, izmjerili su zajednički visinu svoje škole izvršivši potrebne izračune.

Nakon aktivnosti, učenici su popunili upitnik kako bi se utvrdilo što misle o provedenoj aktivnosti. Upitnik je pokazao da su svi uživali u iskustvu učenja zahvaljujući radu s manipulativnim materijalima.

Ovaj prvi primjer demonstracija je uspješne integracije STEAM predmeta kroz rad s manipulativima u srednjoj školi.

Drugi primjer iz projekta STEAM builders izrada je vitraja.

Primjer 2: slikanje vitraja u obliku rozete

Jedan od partnera u projektu organizirao je radionice po gradu kako bi pokazao da je za učenje STEAM-a moguće koristiti lokalnu baštinu.

Jedna od radionica uključivala je šetnju gradskim ulicama kako bi mogli uživati u gotičkoj crkvi Notre Dame de l'Assumption iz 14. stoljeća u gradiću Beaumont de Lomagne u Francuskoj. Edukatori skreću pažnju djeci na jedan od prozora vitraja na vanjskoj fasadi. Zatim ulaze u zgradu kako bi to pomnije pogledali.

Edukator potom objašnjava djeci kako se izrađuje vitraj: izbor i izrada modela prve su faze. Zatim majstor staklar prikazuje dizajn, boje, oovo i metalni okvir, sve u prirodnoj veličini. Staklo je rezano dijamantom, a svaki je komad oslikan bojom za staklo i toplinski obrađen. Svi se dijelovi sastavljaju i spajaju olovom. Završeni stakleni krov zatim se fiksira metalnim okvirom.

Obilazak je gotov, a grupa se vraća u centar kako bi stvorila vlastitu rozetu. Koristeći različite alate na raspolaganju - šestar, ravnala, kutomjere - djeca i sama postaju stvaratelji. Kombinirajući simetriju i geometriju, reproduciraju model koji je predložio vodič: crkva i njezin vitraj oživljavaju. Sve što preostaje je prenijeti ga na prozirni papir i osvijetliti na način majstora staklara.

Zahvaljujući ovoj radionici, djeca imaju priliku upoznati baštinu, drevnu tehniku i umjetnički oblik te se igrati ulogom umjetnika - postati majstor staklara!

Muzeji matematike:

Muzeji općenito donose mnoge koristi za integraciju u nastavne sekvence. Muzeji matematike su posebno zanimljivi za naš projekt, jer često nude praktične aktivnosti koje nam pomažu razumjeti teme povezane s matematikom i STEAM-om.

Primjer 1: Kaleidi - Belgija

Kaleidi je neprofitna organizacija koja ima za cilj povećati znanje o matematici i numeričkim vještinama te razviti strast i entuzijazam prema matematici i numeričkim vještinama.

Udruga nudi matematičke izložbe o različitim temama, posjećuje škole i pruža obuku za učitelje.

Izložba Matematike u Kaleidi predstavlja posjetiteljima koncept teselacije i transformacije ravnine pomoću slagalice napravljene od klokana, koncept vjerojatnosti pomoću bacanja kockica i kako je Arhimed otkrio površinu kruga.

Primjer 2: Mathematikum - Njemačka

Matematikum u Giessenu vodeći je svjetski znanstveni muzej matematike.

Muzej sadrži preko 170 izložbi za posjetitelje svih uzrasta i razina obrazovanja. Kroz te je izložbe moguće postati stari majstor graditelj i izgraditi luk koji je istovremeno delikatan i iznimno robustan, ili pokušati rekonstruirati Leonardov most izradom čvrstog mosta bez čavala, ljestvica i drugih alata.

Zaključno, ovo nam je poglavljje pokazalo mnoge prednosti rada s manipulativima za proces učenja, kao što je davanje smisla učenju, poboljšanje pamćenja, povećanje motivacije i predanosti te obuhvaćanje svih stilova učenja. Uključeni su i prijedlozi za rad s manipulativima uz primjere dobre prakse.

Poglavlje 5 : Projektne aktivnosti

Preliminarne pripreme, opis i organizacija crteža, materijala, vježbi, i 3D projekta uključenih u STEAM lekcije

1. Srednjovjekovna utvrda Baba Vida, Bugarska:

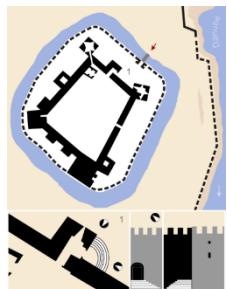
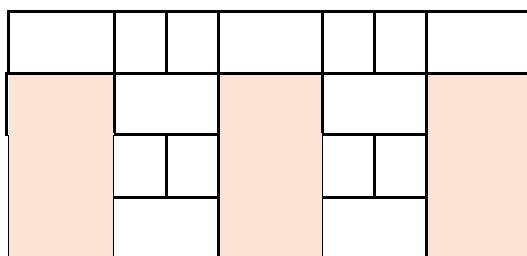


Figure 16 Izvor 23.5.2023, Baba Vida - Баба Вида – Уикипедия (wikipedia.org)
https://bg.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B0%D0%B1%D0%B0_%D0%92%D0%B8%D0%B4%D0%B0#/media/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Baba_Vida.png

- Razgledanje i analiza srednjovjekovne utvrde Baba Vida.
- razgovor o cjelini i dijelovima cjeline
- crtanje kvadratne mreže, priprema potrebnog materijala i izrada 3D projekta



(Zamisao je adaptirana s prezentacije, stranica 49: Izvor 23.5.2023.,
<https://shorturl.at/ayzM5>)

-izrada modela srednjovjekovne nastambe

Primjer: [Video spell - workshop "Kak that you are i do model on prehistoric housing "](#)
[.- YouTube](#)

2. Piratski gradić Omiš , Hrvatska

- povijest piratskog gradića – uvod i karakteristične značajke
- razgovor o mogućim idejama za izradu plovila



Figure 17 Izvor: 23.5.2023, TO MAKE MYSELF SAL! • Moe mentally bebe (umnobebe.com)
<https://umnobebe.com/2016/05/11/%D0%B4%D0%B0-%D1%81%D0%B8%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D0%BF%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B8%D0%BC-%D1%81%D0%B0%D0%BB/>

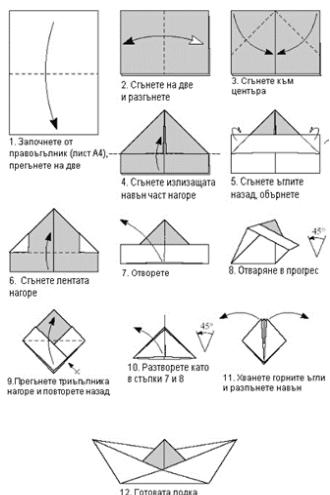


Figure 18 Izvor: 23.5.2023, <https://az-deteto.bg/kak-da-si-napravim-lodka/9635/view.html> (kako napraviti čamac)

- utvrdi i testiraj stabilnost konstrukcije pomoću predmeta različite težine i veličine

Primjer: http://krokotak.com/2012/06/lodka-ot-korkovi-tapi-ili-domashno-prigotvena-morska-bura/?fbclid=IwAR1AfeTfCXQCZauOtVN9s4UARZsO4-6_NgS672hlzpB8XchsMM2k2VoSHRc



Figure 19 Izvor: osobna arhiva

3. Kosi tornj u Pisi, Italija

- uvod u povijest izgradnje Kosog tornja
- izrada modela iz kartonskih rola te mjerjenja kuta nagiba



Figure 20 Izvor: 23.5.2023., Pinterest
https://www.pinterest.com/pin/326229566773972137/sent/?fsf=&invite_code=59e8305a45cf4c1c8195860a0100c45c&sender=307652355703232135

- priprema i izljevanje mješavine za gips u završeni model



Figure 21 Izvor: 23.5.2023, krokotak | TEBESHIRI FOR RIVANAN - make you are sam (krokotak.com)
<https://krokotak.com/2010/06/da-si-napravim-sami-tebeshiri-za-risuvane/?fbclid=IwAR2kwqR0j9xd50-UBG1dqScVYYpsyvTDoB6wZ1owU2oTYQtHnBfVx0PzGWk>

- kredom vježbati znanje o kutovima i vrste kutova



Figure 22 <https://pixabay.com/da/photos/gadekridt-street-art-kinderbild-625217/>

4. Špilja Magura, Bugarska

- povijest i činjenice – tajne poruke iz preistorije u špilji Magura



Figure 23 https://en.wikibooks.org/wiki/The_cave_painting_in_Magura_Cave

- usporedba mjernih jedinica, izdvajanje informacija iz teksta i upisivanje u tablicu
- crteži iz šipilje – crtanje ugljenom



Figure 24 Izvor: 23.5.2023, CavemanDingbatsTwo.gif (864×576) (identifont.com)
<http://www.identifont.com/samples2/corradine/CavemanDingbatsTwo.gif>

Izrada srednjovjekovnog oruđa

[Prehistorians with ki blades - YouTube \(Prehistoric tools - The video Shoo in Bulgarian , thigh contains mostly images and can be used in training in other languages \).](#)



Figure 25 Izvor: 23.5.2023, Big Stone Ax - Official Scum Wiki (fandom.com)
https://scum.fandom.com/wiki/Big_Stone_Axe?file=Improvised_Large_Stone_Axe.png

5. Antička Grčka, Grčka

- povijest i činjenice – arhitektura Akropole

<https://www.youtube.com/watch?v=uIAxMLJ7O7M> (virtualni obilazak stare Atene (5. st. pr.n.e.) - 3D rekonstrukcija)

- vremenska crta – stoljeće
- starogrčki mozaik - [Virtual they studied ř en cabinet per mathematics \(cabinet.bg \)](https://cabinet.bg/)
- zrcalni odraz - simetrija - model pločnika od prirodnih materijala



Figure 26 Izvor: 23.5.2023, (103) Pinterest <https://www.pinterest.com/pin/68732018591/>

- izrada matematičkog stupca sa zadacima



Figure 27 Izvor: 23.5.2023, (103) Pinterest <https://www.pinterest.com/pin/24206916742956589/>

Način izrade: [Cup Equations Math Activity for Kids - YouTube](#)

6. Blaga Bugarske

- povijest i činjenice - [Secrets at a on Bulgaria - YouTube](#) (Blaga Bugarske – video klip s engleskim titlovima)

Blago Varne, Blago Trakije, Blago Panagyurishte, Blago Rogozena, Blago Valchitruna

- izrada predmeta od slanog tijesta

Recept za slano tijesto:

1 šalica brašna, 1/2 šalice soli, 1 žlica maslinovog ulja, 1/2 šalice vode

Peći/sušiti na niskoj temperaturi u običnoj ili mikrovalnoj pećnici. Obojati nakon što su se izrađeni predmeti ohladili. Pri izradi raznih oblika paziti da tijesto ne bude predebelo jer se u njemu možda zadržati vlaga i tada postaje meko.

Slike možete vidjeti ovdje: [crocotak | RE C EPTA for Salted testo \(krokotak.com\)](#)

- geometrijski likovi, mjerne jedinice



Figure 28 Izvor: 23.5.2023, (103) Pinterest <https://www.pinterest.com/pin/3025924741333505/>

7. Stari grad u Dubrovniku, Hrvatska

- povijest i činjenice - [Dubrovnik in 4K - YouTube](#)



Figure 29 <https://pixabay.com/da/photos/kroatien-dubrovnik-springvand-238006/>

- modeliranje s plastelinom i odbačenim materijalima - izrada modela fontane, mjerne jedinice, usporedba brojeva, geometrijska tijela

Primjeri ideja za izradu fontane: [How to Make a Model Human Heart - YouTube](#)

[\(103\) Pinterest](#)

8. Europarlament, Belgija

- povijest i činjenice – stvaranje Europske unije

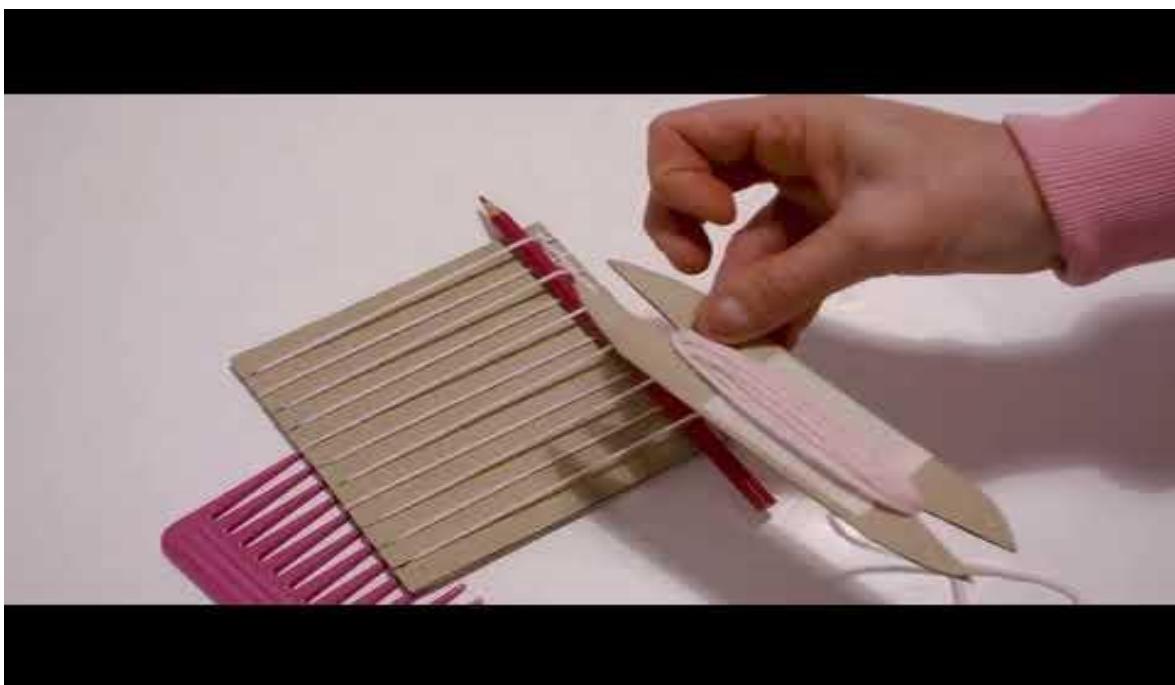
- Europarlament

- Grand-Place u Briselu – tkanje tepiha – zadaci riječima, svojstva množenja



Figure 30 Izvor: <https://www.wallpaperflare.com/grand-place-brussels-belgium-travel-europe-landmark-architecture-wallpaper-akfie>

СТАН. Преплитане на нишки в ръчно изработен стан. Килими



(Razboj - tkanje niti na priručnom razboju - mali tepisi)

Kilimce from scraps (ot-nishto-neshto.blogspot.com) (prostirka - Bugarska)

- skulptura *Europa u srcu*
- nacionalne zastave – geometrijska tijela



Figure 31 <https://freesvg.org/european-union-flags-ii>

9. Elizabetin toranj (Big Ben), Ujedinjeno Kraljevstvo

- povijest i činjenice
- satni toranj – projekt zvonika
- izrada stanog tornja i zvonika – geometrijska tijela, zadaci riječima, mjerne jedinice za vrijeme



Figure 32 Izvor: osobna arhiva

10. Louvre, Francuska

- povijest i činjenice - [Louvre | Miracles n a Europe \(wonders-of-europe.com\)](https://wonders-of-europe.com) In Bulgarian

Virtualni obilazak - [Online tours \(louvre.fr\)](https://louvre.fr)

- model piramide – Pascalov trokut



Figure 33 Izvor: 23.5.2023,: <https://www.mathsisfun.com/pascals-triangle.html>

- umjetnost kroz pogled umjetnika – slikarstvo, kiparstvo, grafike, itd.
- matematički koncepti – zbrajanje i oduzimanje brojeva do 1000, množenje brojeva do 1000, geometrijska tijela

11. Antički Rim, Italija

- povijest i činjenice - [Interesting ! Roman culture . History 5th class \(ucha.se\)](#)
- akvadukti, javna odvodnja i opskrba vodom u starom Rimu

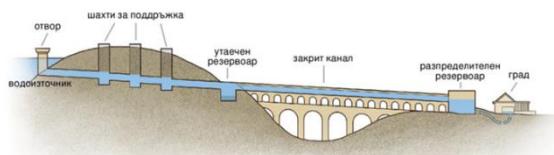


Figure 34 Izvor: 23.5.2023, Rimskite aqueducts — miracles _ on engineering (jw.org)

(rimski akvadukti – čudo inžernjerstva)

- protok vode – rad s odbačenim materijalima, projekt



Figure 35 Izvor: 23.5.2023, Educating Casia . The Aqueduct

- matematički koncepti – mjerne jedinice, zadaci riječima, geometrijska tijela, zbrajanje i oduzimanje

12. Vitruvijev čovjek

- povijest i činjenice [Da Vinci's Vitruvian Man of math - James Earle - YouTube](#)
- konceptualne zamisli za rekonstrukciju Vitruvijevog čovjeka [How to draw Leonardo Da Vinci's Vitruvian Man Real Easy - Step by Step - YouTube](#)
- izrada robota, dijelovi cjeline



Figure 36 Izvor: Pinterest <https://www.pinterest.com/pin/703756184849980/>

Upute za rad: [Fraction Robot || Fraction Activity for Grade 3, 4, 5, 6 - YouTube](#)

Zaključak

Vodič "Primjena matematike kroz povijest" prvi je pisani rezultat projekta Erasmus + *STEAM in Times*, suradnje između Bugarske, Belgije i Hrvatske.

Projekt je pokrenut kao odgovor na slabe rezultate europskih učenika u matematici i prirodoznanstvenim predmetima. Naime, istraživanja PISA-e iz 2018. godine pokazala su da je europski obrazovni sustav i dalje manjkav na području STEAM-a. Rezultati pokazuju da 22,4% europskih učenika postiže slabe rezultate u matematici, a 21,6% u prirodoznanstvenim predmetima.

Jedna od pet mladih osoba u Europi nema vještine koje su ključne za mnoge visoko vrednovane poslove u današnjem gospodarstvu. Štoviše, trenutna istraživanja pokazuju da će 65% djece koja danas odrastaju raditi poslove koji još ne postoje. Stoga je ključno pružiti današnjim mladim ljudima vještine koje im omogućuju integraciju i aktivno sudjelovanje u svijetu sutrašnjice.

STEAM označava znanost, tehnologiju, inženjerstvo, umjetnost i humanistiku te matematiku. Nastavna metoda za ove discipline mora biti interdisciplinarna. Cilj je povezati ove različite predmete kako bi se učenje kontekstualiziralo, dalo mu se smisao i omogućilo učenicima da ne dekompartimentaliziraju svoje obrazovanje. Slovo 'A' u pojmu STEAM uključuje kreativnu dimenziju u učenju, obuhvaća sve učenike i potiče rješavanje problema.

Aktivnosti učenja STEAM predmeta također se mogu obogatiti uključivanjem europskih povijesnih činjenica. Naime, integracija povijesne dimenzije u učenje STEAM-a omogućuje kontekstualizaciju učenja i daje mu smisao, povećavajući posvećenost i motivaciju učenika prema zadatku.

Naš projekt istražuje podučavanje STEAM-a kroz povijest koristeći manipulativne materijale. Ako se pravilno integriraju u nastavu, edukativni manipulativi nude nekoliko prednosti, primjerice veću posvećenost učenika, lakše shvaćanje apstraktnog te bolje zadržavanje informacija. Ovi manipulativi omogućit će nam i drugčiji način podučavanja učenika tako što ćemo ih učiniti aktivnim sudionicima u vlastitom učenju. Ovom metodom ne poučavamo samo informacije, već i vještine koje su korisne u svakodnevnom

životu. Te će vještine biti posebno tražene u zanimanjima sutrašnjice.

Ponuđeni eksperimenti u kojima se područja STEAM-a i povijesti povezuju, omogućit će učenicima da razvijaju svoju znatiželju, a što će im pomoći u razvijanju metoda učenja i otkrivanju vlastitih interesa i strasti.

Inovativni i atraktivni materijali te upotrijebljene metode namijenjene su što većoj inkluzivnosti kako bi svi učenici mogli sudjelovati, bez obzira na uzrok mogućim poteškoćama u učenju predmeta iz područja STEAM-a.

Projekt *STEAM in Times* ponudit će 36 planova za izradu edukativnih manipulativa, a uz svaki od njih bit će priložen niz nastavnih koraka kako bi se nastavnicima pomoglo da ih uključe u svoje lekcije.

Nadamo se da će vam ovaj vodič i priloženi materijali biti korisni pri organizaciji STEAM aktivnosti na vašim nastavnim satovima. Iako ne znamo kakvi će biti poslovi budućnosti, znamo da će uključivati vještine povezane s područjima znanosti, tehnologije, inženjerstva, umjetnosti i matematike, pa je najbolje krenuti što prije!

Literatura

Poglavlje 1 :

- Liege University. (2019, décembre 12). PISA 2018 : Decline in reading, better in mathematics, stable in science.

https://www.uliege.be/cms/c_11423584/en/pisa-2018-decline-in-reading-better-in-mathematics-stable-in-science

- Fédération Wallonie-Bruxelles. (2023). Guide Sciences & Enseignement pour le maternel, le primaire et le secondaire.

Poglavlje 4:

- Belenky, D. M., & Nokes, T. J. (2009). Examining the Role of Manipulatives and Metacognition on Engagement, Learning, and Transfer. *The Journal of Problem Solving*, 2(2). <https://doi.org/10.7771/1932-6246.1061>
- Boggan, M., Harper, S., & Whitmire, A. (2010). Using manipulatives to teach elementary mathematics.
- Carbonneau, K., Marley, S., & Selig, J. (2013). A Meta-Analysis of the Efficacy of Teaching Mathematics With Concrete Manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105. <https://doi.org/10.1037/a0031084>
- Cockett, A., & Kilgour, P. W. (2015). Mathematical Manipulatives : Creating an Environment for Understanding, Efficiency, Engagement, and Enjoyment. 1(1), 47-54.
- D'Angelo, D. F., & Iliev, N. (2012). Teaching mathematics to young children through the use of concret and virtual manipulatives.
- GRACOM. (2021). GRACOM : Manipuler pour travailler les notions mathématiques | Portail pédagogique académique. <https://pedagogie.ac-montpellier.fr/gracom-manipuler-pour-travailler-les-notions-mathematiques>
- I Horan, E. M., & Carr, M. M. (2018). How Much Guidance Do Students Need? An Intervention Study on Kindergarten Mathematics with Manipulatives.

International Journal of Educational Psychology, 7(3), Article 3.

<https://doi.org/10.17583/ijep.2018.3672>

- *Kaleidi – La passion des maths et du numérique.* (s. d.). Consulté 31 mai 2023, à l'adresse <https://kaleidi.be/>
- Ojose, B. (2008). Applying Piaget's Theory of Cognitive Development to Mathematics Instruction. Vol. 18(1), 26 30.
- *Startseite.* (s. d.). mathematikum. Consulté 31 mai 2023, à l'adresse <https://www.mathematikum.de/>
- Steam Builders project. (2021). Good practices guide.
<https://steambuilders.eu/resources/> https://clubz.bg/91289-bez_dobri_novini_ot_pisa_2018_kakvo_pokazvat_rezultatite (No good news from PISA 2018. What do the results show? - in Bulgarian)
- [Какво е STEAM образование и защо е важно? - Pedagogika](#) (What is STEAM education and why is it important?)
- [TechnoMagicLand](#)
- [Какво трябва да знаем за STEM | Учител STEM \(uchitel.bg\)](#) (What we need to know about STEM | STEM Teacher - in Bulgarian)
- [Какви ключови предимства осигурява качествената STEM програма? - STEM Образование \(robotika.academy\)](#) (What key benefits does a quality STEM program provide? - STEM Education - in Bulgarian)
- [От древността до след наши дни – кратка история на математиката - eee.bg](#) (From ancient times to the present - a short history of mathematics - in Bulgarian)
- [Витрувианският човек – произведение на изкуството или на науката - Авигохол \(avitohol.name\)](#) (Vitruvian Man - a work of art or science - Avitochol - in Bulgarian)
- [Как да говорим на “ти” с математиката - Институт за прогресивно образование \(progresivno.org\)](#) (How to talk to mathematics - Institute for Progressive Education - in Bulgarian)
- [Защо е важно да учим история? \(pohodut.org\)](#) (Why is it important to study history? - in Bulgarian)

- [Необходимост от внедряване на STEM подхода в обучението по Човекът и природата в четвърти клас \(diuu.bg\)](#) (Necessity of introducing the STEM approach in teaching Man and Nature in fourth grade - in Bulgarian)
- [5 стратегии да преорим негативните нагласи към математика | Prepodavame.bg](#) (5 strategies to overcome negative attitudes towards mathematics - in Bulgarian)
- [STEM – какво трябва да знаем за него? | Prepodavame.bg](#) (STEM - what do we need to know about it? - in Bulgarian)
- Европейски институт за технологии, образование и дигитализация, Сборник с доклади I-ва Национална конференция STEM образование и инновации, София, 9-11 април 2021– стр. 37, 120-121 (European Institute for Technology, Education and Digitalisation, Proceedings of the 1st National Conference on STEM Education and Innovation, Sofia, 9-11 April 2021- p. 37, p. 120-121, in Bulgarian)
- Европейски институт за технологии, образование и дигитализация, Сборник с доклади II-ра Национална конференция STEM образование и инновации, София, 8-10 април 2022– стр.8 (European Institute for Technology, Education and Digitalisation, Proceedings of the 1st National Conference on STEM Education and Innovation, Sofia, 8-10 April 2022- p. 8, p. 43, in Bulgarian)
- Европейски институт за технологии, образование и дигитализация, STEM ученически проекти, София, 2022 – стр. 10 (European Institute for Technology, Education and Digitalisation, STEM Student Projects, Sofia, 2022 - p. 10 - in Bulgarian)

https://skolazazivot.hr/wp-content/uploads/2020/07/MAT_kurikulum_1_71.pdf

Math Curriculum for Primary and Secondary Schools

<https://www.invent.org/blog/trends-stem/steam-acronym-engineering>

<https://innovationeducation.biomedcentral.com/articles/10.1186/s42862-019-0005-x>

DiSCLAIMER

Financirano sredstvima Europske unije. Izneseni stavovi i mišljenja su stavovi i mišljenja autora i ne moraju se podudarati sa stavovima i mišljenjima Europske unije ili Europske izvršne agencije za obrazovanje i kulturu (EACEA). Ni Europska unija ni EACEA ne mogu se smatrati odgovornima za njih.



**Co-funded by
the European Union**